

КОСМОЛОГИЯ НАТУРАЛЬНОГО РЯДА

Исаев Александр Васильевич (Санкт-Петербург)

Доклад на Российском междисциплинарном семинаре по темпорологии (МГУ, 28.12.04 г.)

Речь пойдет о **натуральных числах** $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$, которые появились ещё у древних людей в результате счёта предметов (разного рода *натуры*, окружающей людей). Натуральные числа – *первая* абстрактная истина, открывшаяся Человеку. Не исключено, что эти числа окажутся также и последней (непостижимой в принципе) Истиной, ещё доступной разуму Человека. Эта мысль станет более понятна после изложенного ниже.

Доклад посвящен проблеме «Зеркала», то есть тому факту, что *структура* натурального ряда как бы «отражает» структуру реального пространства-времени («отражает» законы Вселенной). Этот феномен будет проиллюстрирован на ряде фактов из *космологии* – науке о Вселенной, сделавшей в конце XX века наиболее захватывающие открытия в истории человечества. Вот почему есть некие основания говорить о *космологии чисел* – науке, изучающей мир чисел (в т.ч. натуральных чисел).

1. ВВЕДЕНИЕ

Графическая теория натуральных чисел (ГТНЧ). Ещё в 1997 г. автором были начаты исследования натурального ряда с помощью компьютера: вычисления, построение графиков, их анализ. Получаемые таким путем результаты и были названы ГТНЧ. В отличие от *теории чисел* (сложнейшего раздела высшей математики), ГТНЧ – это весьма доступное занятие. Особенность ГТНЧ также в том, что она пытается апеллировать к физике в крайне сомнительных и, вместе с тем, интригующих, любопытных *рефлексиях*.

Рефлексия (от позднелат. *reflexio* – отражение) – труднообъяснимое «отражение» структурой натурального ряда («Зеркалом») реальной структуры пространства-времени (структуры Вселенной). Термин «рефлексия» призван подчеркнуть проблематичность «отражений» (не чёткие отражения, а Бог знает, что – рефлексии какие-то). Рефлексии, увы, пока не образуют единой картины. Они могут даже противоречить друг другу.

Пространство-время – это основные формы существования материи, которые имеют решающее значение для построения физической картины мира, нашей Вселенной. *Математические описания* пространства и времени оказались очень похожими и в действительности это две стороны одной единственной структуры, именуемой «пространство-время». В современной *квантовой теории* пространству и времени отводится центральная роль, существуют даже гипотезы, где вещество рассматривается не более как возмущение этой основной структуры. Средняя плотность *видимого* вещества во Вселенной оценивается как один атом вещества на 5-метровый куб пространства, т.е., на первый взгляд, наша Вселенная – это почти «пустое» пространство-время.

Элементарная длина (*планковская длина*) – это величина, которая выражает очень важные (фундаментальные) свойства структуры пространства-времени. Она равна

$$l_{pl} \equiv [Gh/(2\pi c)] \approx 1,6 \cdot 10^{-35} \text{ м}, \quad (1.1) \quad \text{Таблица 1.1. Структурные единицы Вселенной}$$

где G – гравитационная постоянная;

h – постоянная Планка;

c – скорость света в вакууме.

Элементарный временной интервал (*эви*) или *планковское время* – это время, за которое фотоны света проходят элементарную длину $t_{pl} \equiv l_{pl}/c \approx 5,4 \cdot 10^{-44}$ с. Это минимальный временной интервал, который требуется для протекания любого мыслимого физического события, причем некоторые теории утверждают, что на этом уровне время уже квантуется, носит *дискретный* (зернистый) характер. Пример дискретного объекта – это ряд натуральных чисел, который к тому же и *расширяется*: $1; 1+1=2; 2+1=3; 3+1=4; \dots$ Возможно, именно поэтому возникают «отражения» нашего «Зеркала».

Структурная единица	В эви	В секундах	В годах	В метрах
Планковское время	1	5,4·10 ⁻⁴⁴	1,7·10 ⁻⁴²	1,6·10 ⁻³⁵
Кварки, лептоны	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Глубина проник.	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Протоны, нейтроны	1,9·10	1,0·10	3,2·10	3,0·10
Ядра атомов	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Атомы	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Органич. молекулы	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Живые клетки	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Человек	1,0·10	5,4·10	1,7·10	1,62
Астероиды	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Планеты	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
1 секунда	1,9·10	1	3,2·10	3,0·10
Звезды	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Планетные системы	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
1 год	5,9·10	3,2·10	1	9,5·10
Звездные скопления	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Галактики	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Скопления галактик	6,2·10	3,3·10	1,1·10	1,0·10
Вселенная (БО)	8,0·10	4,3·10	1,4·10	1,3·10

Глубина проникновения в микромир равна $L \approx 10$ м (10 с или 10 *эви*) – это комptonовская длина волны частицы, разогнанной в самом мощном из современных ускорителей элементарных частиц. Что происходит на размерах меньше, чем $L \approx 10$ м – увидеть пока, не дано, хотя в *теориях* ученые доходят вплоть до планковской длины l_{pl} .

Возраст Вселенной мы будем считать равным 13,7 млрд. лет = $4,3 \cdot 10^9$ с = $8 \cdot 10^8$ *эви*.

Большой отрезок (БО) – это отрезок [1; 10], содержащий 10 натуральных чисел. Большой отрезок мы будем отождествлять с возрастом Вселенной (или с её характерным размером). Именно на БО мы находим «отражения» (рефлексии).

Эви-конвертация. Используя понятие «*эви*», любой отрезок натурального ряда можно перевести в промежутки времени (с, годы), а, используя понятие «элементарная длина», – в отрезки длины (см, м). Такой перевод мы будем называть *эви-конвертацией*. Полезные для ГТНЧ примеры *эви-конвертации* представлены в табл. 1.

Пирамида (см. рис. 1) – это главное «наглядное пособие» в ГТНЧ. Пирамида состоит из вертикального столбца с натуральными числами $N=1, 2, 3, \dots$. Справа от каждого числа N расположены: чёрные клетки-«камни» (делители d_n числа N); серые клетки-«камни» (область *малых делителей*, т.е. $d_n \leq$); белые клетки-«камни» (область больших делителей $D_n = 1/d_n$). *Номер столбца* указан в черных клетках, уходящих вниз под 45° . В каждом столбце черные камни чередуются с шагом равным номеру данного столбца. Область серых камней (с «вкраплением» черных камней) – это *Ствол* (Пирамиды), в нем все малые делители, содержащие исчерпывающую информацию о структуре числа N (d_n – «паспорт» числа N). Будем также говорить, что число N стоит на *i-й ступени* Ствола, причем $i \equiv A()$, где A – функция антье (выделяет целую часть аргумента).

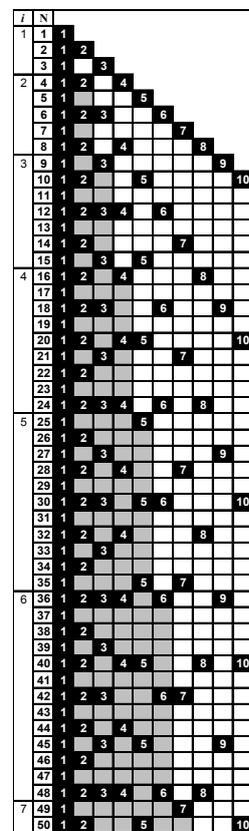


Рис. 1.1. Пирамида

Рефлексия № 1. В *теории суперструн* элементарные частицы представляются в виде одномерного объекта, похожего на струну (диаметром ~ 10 м и длиной > 10 м). Существуют моды колебаний суперструн, частота каждой моды определяет частицу и её энергию. Известные частицы интерпретируются как различные моды колебаний единой струны. Теория струн вызывает ряд сомнений, но, в любом случае, вполне могут быть обнаружены *космические струны* – «веревки» диаметром 10 м ($10 \cdot l_{pl}$) и длиной, заведомо большей, чем 10 м. Плотность этой «веревки» достигает $\rho_{кс} \approx 10$ кг/м длины (600 км = массе Земле). Такую струну можно обнаружить путем гравитационного взаимодействия, и якобы даже одна из них обнаружена (исследования М. В. Сажин и итальянских астрономов).

Как мир чисел «отражает» Вселенские струны? Посмотрите на Пирамиду (рис. 1.1). Каждый столбец – это некая струна («диаметром» 1 *эви* = 10 м). «Моды колебаний» – это чередование черных камней. Каждое число N – это некий набор черных камней в N -ой строке, т.е. результат «закрепления» всех струн под 45° и сочетания их «мод колебаний».

Если в теории суперструн почти ВСЁ «просто» объясняется (это «теория всего на свете»), то в Пирамиде «просто» находить делители у любого N (рисуня камни Ствола).

Масса Вселенной: $M_v = v \cdot (\pi/6) \cdot D \cdot \rho \approx 25 \cdot (\pi/6) \cdot (1,3 \cdot 10^9 \text{ м}) \cdot (10 \text{ кг/м}) \approx 2,9 \cdot 10^9 \text{ кг}$. Коэффициент $v = 100/4 = 25$ учитывает *скрытую* массу Вселенной ($\rho = 10 \text{ кг/м} = 10 \text{ г/см} -$ это плотность наблюдаемого вещества, которого только 4%).

Тогда общая длина всех струн (диаметром $d_1 \sim 1$ *эви*) во Вселенной будет равна:

$$L_1 = M_v / \rho_{кс} \sim 10/10 \sim 10 \text{ м} \sim 10 \text{ эви}.$$

Пусть космическая «веревка» содержит $n=10$ единичных струн (с $d_1 \sim 1$ *эви*), тогда длина всех «веревочек» будет равна $L = L_1/n \sim 10/10 \sim 10$. А теперь заметим, что количество черных камней в Пирамиде высотой $N = 10$ *эви* (общее количество всех делителей у всех натуральных чисел на БО) равно числу: $K^* = N \cdot T_s \approx 10$ (см. гл. 2). Количество черных камней в Стволе равно $k^* \approx 1/2 \cdot K^* \approx 7 \cdot 10$.

Рефлексия № 2. В термодинамике существует величина, называемая *энтропией*, физическое толкование которой – мера беспорядка системы. Если система имеет четко выраженную структуру и в ней царит порядок, то ее энтропия мала. Напротив, системы с высокой энтропией беспорядочны и хаотичны. Энтропию также можно связать с *информацией*: когда энтропия растет, информация утрачивается (если беспорядочно перемешать все буквы на данной странице, то информация, полученная читателем, устремляется к нулю). Второе начало термодинамики гласит, что *энтропия Вселенной не может*

уменьшаться, т. е. порядок всегда стремится уступить место беспорядку. По оценке ученых за время существования Вселенной её энтропия выросла от $S_{HQR} \sim 1$ до $S_U \sim 10$.

В мире чисел можно обнаружить, например, такое «отражение» энтропии Вселенной.

Количество всех камней в Стволе (Пирамиды) высотой $N = 8 \cdot 10$ равно $k \approx (2/3) \cdot N \approx 10$. Такому же числу равна и масса всех черных камней в Стволе, или, иначе говоря, на Большом отрезке сумма всех *малых делителей* у всех натуральных чисел равна ~ 10 .

Простые числа – это числа N , имеющие только два делителя (1 и N). Ряд простых чисел бесконечен: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ... Все остальные натуральные числа – *составные*, т.е. имеют больше двух делителей. Число $N = 1$ – совершенно *особое* (ни простое, ни составное). С помощью умножения только простых чисел $P < P < P < \dots < P$ можно получить любое натуральное число ($N > 1$):

$$N = P \cdot P \cdot P \cdot \dots \cdot P, \quad (1.2)$$

где все показатели степени (a, b, c, \dots, m) – целые числа, либо нуль.

Представление числа N в виде (1.2) называется его *каноническим разложением (факторизацией)*. Например, $261360 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ и всякий другой набор простых чисел никогда не даст нам числа 261360. Единицу не считают простым числом, т.к. сколько на 1 не умножай, ничего не изменится в (1.2). *Основная теорема арифметики* (1.2), по сути дела, утверждает, что простые числа образуют своеобразный *базис натуральных чисел*.

Количество простых чисел на отрезке $[1; N]$ указывает *асимптотический закон*

$$\lim = 1, \text{ или (в иной записи) } K \sim . \quad (1.3)$$

Этот закон (весьма глубокий по содержанию) относят к числу самых замечательных открытий, сделанных когда-либо во всей математике (его не могли доказать 150 лет!).

2. ТИПЫ (МИРЫ) НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Тип числа (T) – это количество всех его делителей. Число $N = 1$ единственное, у которого $T = 1$. У всех простых чисел $T = 2$. Для $N=20$ имеем $T=6$. Зная каноническое разложение (1.2) натурального числа N , всегда можно вычислить его тип по формуле:

$$T = (a+1)(b+1)(c+1) \dots (m+1). \quad (2.1)$$

Тип числа N равен $T = 2 \cdot t$, если – не целое число, иначе $T = 2 \cdot t - 1$, где t – количество *малых делителей* числа N (это черные камни Пирамиды на сером фоне, см. рис. 1)

Средний тип числа. Любому числу N можно приписать *средний тип (T_s)* – среднее арифметическое всех предшествующих типов (*формула Дирихле*, см. также рис.2.1):

$$\begin{aligned} T_s &\equiv (T + T + T + \dots + T) / N \\ T_s &= \ln N + (2 \cdot C - 1) + \varepsilon. \end{aligned} \quad (2.2)$$

где $C = 0,577215 \dots$ – постоянная Эйлера;
 $\varepsilon \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$.

Миры чисел. Все натуральные числа с одинаковым типом T образуют своеобразный мир, где царят свои законы. Так, все простые числа (с $T=2$) образуют мир №2; числа с типом $T=3$ образуют мир №3, и т.д. Миры возникают (появляются первый раз в натуральном ряде) далеко не по возрастанию: № 1, 2, 3, 4, 6, 5, 8, 9, 10, 12, 7, 16, 15, 18, 14, 20, 24, ...

Все миры можно разделить на две разные (по количеству) группы:

- 1). **Частые миры (четные миры)** – в них числа N имеют четный тип T ;
- 2). **Редкие миры (нечетные миры)** – в них числа N имеют нечетный тип T .

В редких мирах $N = i$, где $i = 1, 2, 3, \dots$, поэтому такие N – это «исчезающие особи» в мире чисел. Только у таких N последний малый делитель равен первому большому.

Рефлексия № 3. Физики допускают существование *антивещества* (античастиц) и *зеркального вещества*, причем это не одно и то же. Вопрос о распространенности этих веществ во Вселенной очень важен. Существенных скоплений антивещества во Вселенной пока не обнаружено, а доля зеркального вещества в Земле должна быть меньше, чем 10(М. Ю. Хлопов, 1983 г.) В связи с этим, отметим, что на БО доля чисел N из *редких миров* равна $(2,8 \cdot 10) / (8 \cdot 10) \approx 3,5 \cdot 10$. Быть может, числа N из редких миров (они во многом «копируют» поведение чисел из частых миров) «отражают» зеркальное вещество, а большие делители (они обратные малым, см. Пирамиду) «отражают» антивещество?

Масса Вселенной $M_B \sim 10$ кг (см. рефлексия №1), а произведение $N_{BO} \cdot m_{pl} \approx 1,76 \cdot 10$ кг, что сопоставимо с M_B (с учетом массы *скрытой материи* и прочих оговорок). Поэтому

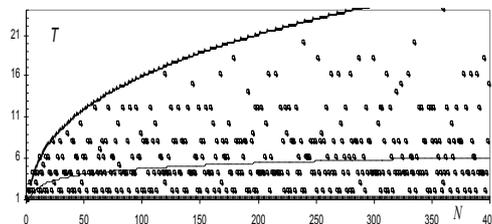


Рис. 2.1. Типы T у первых 400 чисел N .

поиск некоего вещества в “недрах” Пирамиды (высотой $N_{\text{бо}} = 8 \cdot 10$) не лишен основания. Напомним, что $m_{\text{pl}} \equiv [h \cdot c / (2 \cdot \pi \cdot G)] = (h/2 \cdot \pi) \cdot (G)(t_{\text{pl}}) \approx 2,2 \cdot 10 \text{ кг}$ – это так называемая *планковская масса*.

Лидеры миров. При движении по натуральному ряду новый тип T впервые появляется у числа N , которое назовем *лидером* мира T . По мере удаления правой границы отрезка $[1; N]$, у очередного лидера N его тип $T = T_{\text{max}}$, т.е. оказывается больше всех ранее появившихся типов, такого лидера мы назовем *верхним лидером* (на рис. 2.1. по ним построена линия, огибающая сверху все точки-типы). Примерное количество лидеров на БО указано в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Параметры Большого отрезка

Параметры:	Количество всех лидеров (миров)	Верхних лидеров	T_{max}
Частые миры	687 430 (85%)	734	7,2·10
Редкие миры	120 000 (15%)	270	8,3·10
Все миры	807 430 (100%)	1004	7,2·10
Частые/Редкие	5,728	2,718	8,67

Верхние лидеры частых миров позволяют найти очень важный *закон роста максимального возможного типа* $T_{\text{max}} \approx f(N)$. Согласно (2.2) в конце БО средний тип $T_s \approx 140,39$, поэтому $T_{\text{max}}/T_s \approx 5 \cdot 10$. Столь большое соотношение можно объяснить единственным образом: мир чисел отдает явное *предпочтение малым типам* T , т.е. большинство натуральных чисел N имеет мало делителей. Так, на БО наименьший тип $T = 2$ имеют 0,7% всех чисел ($\sim 7 \cdot 10$ *простых чисел*), и это солидная доля, ведь в среднем на один мир приходится $10/807430 \approx 1,2 \cdot 10$ чисел, т.е. средняя доля – $1/807430 \approx 0,00012\%$ (на мир).

Рефлексия № 4. В реальном мире существует некое *предельное число* $\Pi = 10 \div 10$:

- количество всех галактик во Вселенной примерно равно числу Π ;
- количество звезд в типичной галактике также примерно равно числу Π ;
- на Земле около Π типов органических молекул (кирпичиков живой материи);
- голубой кит (30 м) почти в 10 раз больше, чем вириода (мельчайший живой объект);
- ёмкость человеческой памяти около 10 бит (единиц информации);
- интенсивность звука, воспринимаемого человеком может меняться в 10 раз;
- состояние самого богатого человека скоро достигнет 10 \$ (100 млрд. долларов США);
- количество всех людей, когда-либо живших на Земле, приближается к числу 10; и т.д.
- *Сверхразум* в Π раз мощнее первичного разума? [По оценке французских биологов интеллект человека в ~ 100 раз мощнее «интеллекта» устрицы (первичного разума?). Быть может, Сверхразум мощнее разума человека в миллиард раз? ($T_{\text{max}}/T_s \approx 10/140 \approx 10$).]

Исключительность мира №8. Миры бывают «густо-» и «малонаселенными». Например, на отрезке $[1; 520000]$ больше всего чисел из миров: №8 (22,35%), №4 (21,6%), №16 (12,2%), №12 (9,4%), №2 (8,3%), №24 (6,7%), №6 (4,7%). В этих *семи* мирах содержится 85,4% чисел отрезка. И очень мало будет чисел из миров № 34, 150, 98, 132, 162,

Рефлексия № 5. В рамках ГТНЧ число 7 (± 2), безусловно, «магическое». Причем, зачастую «магия» семерки – это своеобразная «визитная карточка» («метка») конца Большого отрезка (т.е. эпохи, когда суждено жить человечеству), см. например, табл. 2.1.

- В *реальном мире* также совершенно очевидна «магия» семёрки (вернее, числа 7 ± 2):
- 6 “свернутых” пространственных измерений в теории суперструн;
 - кирпичики мироздания – это 6 кварков и 6 лептонов (фундаментальные частицы);
 - 8 глюонов обеспечивают существование ядерных сил;
 - 7 периодов (электронных оболочек) и 8 групп в таблице Д. И. Менделеева;
 - 7 бит (единиц) информации, хранящейся в «кратковременной» памяти человека;
 - 7 букв в «среднем» слове русского языка (и многих других языках мира?);
 - семеркой ограничивается любая *полезная* классификация в любом деле;
 - семерка в пословицах и поговорках (в русском языке – их множество!);
 - 7 книг Ветхого завета; 7 книг Нового завета (притчи содержат семерку в 25 сюжетах).

Мир №8 начинает преобладать на отрезке $[1; N]$ не сразу, а когда правая граница достигает $N \approx 245000$. После чего мир №8, вероятно, уже никогда не теряет своего первенства. Т.е. чаще всего мы будем встречать натуральные числа, у которых 8 делителей (7 *правильных* делителей – меньших самого числа N). Максимально возможная доля мира №8 равна $22,4432 \dots \%$ (доля чисел с $T=8$), это происходит при $N=999994$.

Рефлексия № 6. В физике существует интересный вопрос: чему равен предельный *коэффициент заполнения пространства* (КЗП). По оценкам ученых предельный КЗП ≤

77,84% (1988 г.). Следует заметить, что укладка идеальных одинаковых шаров даст всего-навсего КЗП = 74,05% – эту чисто геометрическую задачу сможет решить и школьник.

Возможно, мир чисел нам «подсказывает»: предельный КЗП $\leq 77,5568\dots\%$, поскольку (!) на отрезке $[1; N=999994]$ минимально возможная доля всех остальных миров (без мира №8) будет равна $100\% - 22,4432\% = 77,5568\%$. После *эви*-конвертации числа $N=999994$ получаем размер ~ 10 м (что ниже глубины проникновения, см. гл. 1). Таким образом, ГТНЧ «улучшает» оценку ученых на 0,28% (и это очень много!).

Рефлексия № 7. Как известно все галактики разбегаются от нас, причем в «организованном порядке»: чем дальше галактика, тем быстрее она удаляется. Относительная скорость изменения расстояний называется *параметром Хаббла (H)*:

$$H = \frac{dR}{dt} \cdot \frac{1}{R}, \quad (2.3)$$

где R – *масштабный фактор* (скажем, расстояние между галактиками); dR/dt – скорость изменения R . Для современной Вселенной, доминированной пылью, имеем $R \sim t$.

В мире чисел, возможно, параметр $\ln(T_{max})$ «отражает» масштабный фактор R , а параметр $\ln N$ «отражает» время t (современную эпоху), поскольку можно записать

$$\ln(T_{max}) \approx a \cdot (\ln N), \quad (2.4)$$

где $a = 0,9631$ при $N < 10$ и $a = 1$ при $N > 10$. Более того, формула (2.4) позволяет получить «отражение» параметра Хаббла $H \sim (\ln N)$, причем величина H дает время $t = \ln N$.

Получается, есть два времени: t и N , причем $t = \ln N$. И если время N – равномерное (как натуральный ряд), то время t (доступное нам в ощущении) – *ускоряется* (как в геохронологии?). При рождении Вселенной ($N=1$ и $t=0$) отрезок времени $\Delta N \equiv 10$ отображается в Δt (т.к. $t = \ln N$), а в современную нам эпоху тот же ΔN отображается уже в δt , причем

$$M \equiv \Delta t / \delta t \approx 10 \cdot \ln(10) \cdot \exp(-2,30258 \cdot m). \quad (2.5)$$

Например, 1-ая секунда ($\Delta N=10$ *эви* по оси абсцисс) из биографии Вселенной отображалась в Δt (по оси ординат), а одна «наша» секунда отображается в δt и $M \equiv \Delta t / \delta t \approx 10$ (т.е. 1-ая секунда – как 10 «наших» секунд!). Первый год длился в $M \sim 10$ раз дольше, чем он длится теперь. Итак, формула (1.3) говорит о соотношении двух времен (N/t)?

Получается также, что у Вселенной могла быть богатая *предыстория*, поскольку при $0 \leq n \leq 1$ (перед N) текло отрицательное время $-\infty < t \leq 0$. Или, быть может, всё иначе – Вселенная эволюционирует одновременно в *двух направлениях*: вправо от 1 (N растет) и влево от 1 (n убывает). Причем обе области связаны (взаимодействуют) друг с другом.

3. ДИСПЕРСИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Натуральное разбиение числа N – это разбиение отрезка $[1; N]$ на интервалы: $[e; e)$; $[e; e)$; $[e; e)$; ..., которые в логарифмической шкале имеют вид: $[0; 1)$; $[1; 2)$; $[2; 3)$; ..., где левые границы $m = 0, 1, 2, 3, \dots$, а $S \equiv (m+1) - m = 1$ – это *шаг разбиения*.

Возьмем число $N = 6.746.328.388.800$ – верхний лидер, у которого $T = 10080$ делителей (d_i) образуют на графике $\ln d_i = \varphi(i)$ своеобразную *тильду* (рис. 3.1). Подвергнем выбранное число N натуральному разбиению и получим некий «расклад» k_m (количеств делителей в каждом из m интервалов). Зная этот «расклад», найдем распределение вероятностей $P(m) \equiv k_m / T$, которые на графике образуют характерный «колокол» (рис. 3.2). Причем полученные $P(m)$ близки к вероятностям, рассчитанным по *формуле Лапласа-Гаусса* (3.3) при следующих условиях:

$$\text{матожидание (математическое ожидание)} \dots \dots \dots \langle M \rangle = \ln, \quad (3.1)$$

$$\text{дисперсия (чем больше } D, \text{ тем ниже «колокол»)} \dots \dots \dots D \approx (2\pi) \cdot (T/K), \quad (3.2)$$

$$m = 0,5; 1,5; \dots; 29,5 \text{ – это теперь } \textit{середины} \text{ интервалов натурального разбиения.} \\ P(m) = \exp. \quad (3.3)$$

Параметр K – это так называемый *кern* числа N , т.е. количество его делителей на *центральном интервале* $[e; e)$, где $w \equiv A(\ln)$ и A – функция «антье».

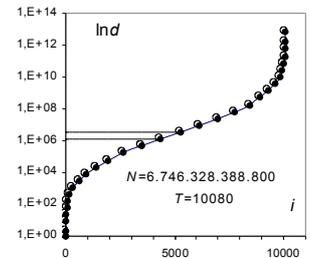


Рис. 3.1. Тильда делителей

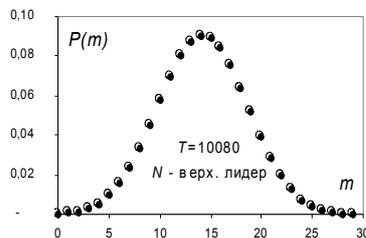


Рис. 3.2. Нормальное распределение

Нетрудно убедиться, что для любого тильдаобразного числа N (верхние лидеры – самые «совершенные» из них) также можно применить формулу Лапласа-Гаусса. Таким образом, при натуральном разбиении тильдаобразных чисел N их делители образуют нормальное распределение, а поскольку это происходит в логарифмической шкале, то мы вправе говорить о

логнормальном распределении делителей у этих чисел N . Такие числа N мы будем называть *логнормальными числами*.

Рефлексия № 8. В натуральном ряде бесконечно много логнормальных чисел N с самыми разными параметрами (T, K). Но и в реальном мире логнормальные распределения буквально повсюду. Наиболее известное и понятное из них – это распределение денежных доходов у населения. Например, было рассмотрено распределение денежных доходов у россиян в 2000 г. Лучше всего его описывает *тильда-функция* (см. рис. 3.3):

$$D_n = S \cdot \exp[-A \cdot n^p],$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, (K-1)$ – порядковый номер группы населения;

$K = 10\,000$ групп (по 14 490 человек в каждой, т.е. всего 144,9 млн. человек);

$S = 90.090.000.000$ – суммарный доход всех K групп (долларов США в месяц);

D_n – доход n -й группы (общий доход всех людей в группе, $1\$ = 28,11$ руб.);

$A=11,7$; $p=0,12606$ – параметры тильды (определяют характер распределения).

Параметры S, A, p подбирались для соблюдения реальных условий (фактов):

– доход 32% самых бедных – 43 \$/мес. на 1 человека (в каждой семье – по 3 человека);

– доход 10% самых богатых – 4875 \$/мес. на 1 человека (данные экспертов РАН).

В итоге были получены истинные *коэффициенты расслоения общества* $K = 194$ и $K = 549$, которые оказались в $23 \div 39$ раз (!) больше, чем давали СМИ и Госкомстат (последний не отслеживает доходы свыше 90 \$/мес. на 1 человека). Так же было получено ~ 111000 миллионеров (0,08% населения России, это главы семей, в которых > 27778 \$/мес. на 1 чел.), а не 524 человек, как говорилось в СМИ (в США – 0,6% миллионеров).

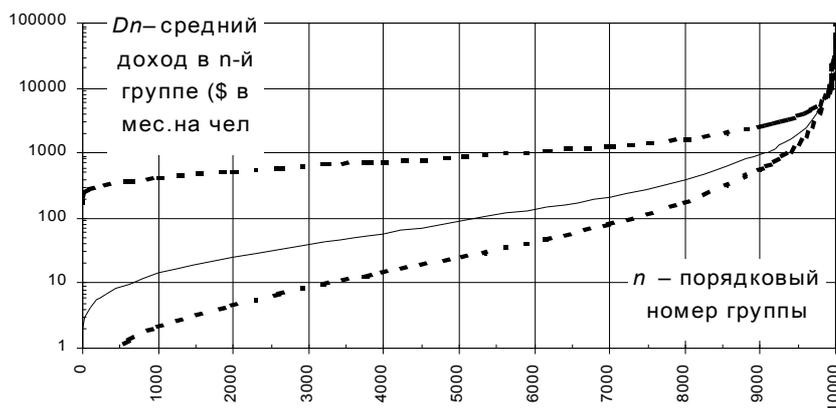


Рис. 3.3. Распределение доходов в России по группам населения (2000 г.)

Дисперсия любого числа N . Формула $D \approx (2\pi) \cdot (T/K)$ позволяет говорить о дисперсии любого натурального числа N , в т.ч. имеющего нулевой kern (при $K=0$, вероятно, $D \rightarrow \infty$). Чисел с нулевым kern очень много, например, на отрезке $[1; 1254120]$ их доля достигает 64,6%. Все *простые числа*, превосходящие 7, имеют нулевой kern. Минимальная дисперсия (D_{min}) у натуральных чисел N будет определяться отношением $T/K = 2$ при условии, что $T > 2$ и $K > 1$, поэтому $D_{min} = (2 \cdot \pi) \cdot (T/K) = 2 \cdot \pi = 0,6366\dots$. Максимальная дисперсия у чисел с ненулевым kern в конце БО достигает значения $D_{max} \sim 2 \cdot 10$.

Возможно, справедлива следующая фундаментальная *гипотеза о дисперсиях*: на отрезке $[1; N]$ при $N \rightarrow \infty$ наиболее вероятная дисперсия всех натуральных чисел N (с ненулевым kern $K > 0$) устремляется к дисперсии D верхних лидеров частых миров.

Закон роста дисперсии. ГТНЧ-исследования позволяют предположить, что дисперсия верхних лидеров частых миров устремляется к среднему типу T_s по следующему закону:

$$D \approx (1 - 0,5642 \cdot N) \cdot T_s. \quad (3.4)$$

По формуле (3.4) в конце Большого отрезка получаем следующее: $D \approx 136,6 (\pm 2,4\%)$.

Таким образом, мы также можем сформулировать *α -гипотезу*: в конце БО дисперсия верхних лидеров частых миров равна постоянной тонкой структуры $D = \alpha \approx 137,035$.

Рефлексия № 10. *Постоянная тонкой структуры* (α) имеет следующий вид:

$$\alpha = 0,5 \cdot (4\pi \cdot 10) \cdot c \cdot e / h = 0,007\,297\,353\,08 \text{ или } \alpha \equiv 1/\alpha = 137,035\,989\,5. \quad (3.5)$$

α – это важнейшая физическая величина, она характеризуют «силу» электромагнитного взаимодействия, которое определяет структуру атомов, а, следовательно, описывает всю картину явлений в химии и физике (за исключением ядерных процессов).

В конце XX века был открыт *механизмом динамической генерации массы*, после чего *константы связи*, описывающие различные взаимодействия (α – одна из них) стали рассматриваться как функции энергии частиц, которые участвуют во взаимодействиях. Так, α очень медленно *уменьшается*, когда энергия взаимодействующих частиц растет.

Соглашаясь с α -гипотезой формулу (3.5) можно «приблизить» к выражению (3.2):

$$\alpha = (2\pi) \cdot (\xi/e), \quad \text{где } \xi \equiv (10 \cdot h \cdot c). \quad (3.6)$$

Закон (3.4) позволяет сделать прогноз: девятая цифра после запятой в значении D (а значит и в значении α) увеличится на единицу через ~ 34 года. Впрочем, наблюдая *далекий космос*, можно уловить изменение α , не дожидаясь долгие годы.

4. СКРЫТАЯ ПЛОТНОСТЬ (ЧИСЛОВОЙ ВАКУУМ)

Астрономы давно пришли к выводу, что галактики (их скопления) попросту распались бы, если бы они содержали только *наблюдаемое* (обычное) вещество. Поэтому, дабы не подвергать сомнению основные законы физики, ещё в 30-х годах XX была введена концепция так называемой *скрытой (темной, невидимой) материи*. Например, около 92% массы нашей Галактики (её корона) – это скрытая материя. На долю светящейся материи (звезд, газа, пыли) приходится менее 1% общей массы Вселенной. В настоящее время скрытая материя – это головная боль для всех ученых.

Оказывается, что ряд натуральных чисел также включает в себе некий аналог понятия «скрытая материя». Приведем схему рассуждений, поясняющих данное утверждение.

Плотность числа N – это сумма всех показателей степени в его каноническом разложении: $\rho_N \equiv a + b + c + \dots + m$. Иначе говоря, ρ_N – это количество простых чисел в «раскрытом» числе N , например, $N = 261360 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 11$, поэтому $\rho_N = 10$. Ясно, что у всех *простых чисел* единичная плотность ($\rho_N = 1$).

P-плотность (ρ_p) – это количество появлений простого числа P в канонических разложениях всех натуральных чисел отрезка $[2; N]$. Выражение для ρ_p имеет такой вид:

$$\rho_p \sim -R_s, \quad (4.1)$$

где $R_s \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$, причем $R_s \approx (\ln N - 1) \cdot \exp[1,5376 \cdot \exp(-0,1045 \cdot P) - 2]$ для $P \leq 37$.

Плотность (ρ) отрезка – это сумма всех P-плотностей на отрезке $[2; N]$:

$$\rho \equiv \sum \rho_p \equiv \rho_2 + \rho_3 + \rho_5 + \rho_7 + \dots + \rho_{P_{\max}}, \quad \text{где } P_{\max} \leq N.$$

В части плотности отрезка будем различать два варианта исследований:

- 1). Плотность ρ по *всем* простым числам отрезка $[2; N]$, т.е. $P = 2, 3, 5, 7, \dots, P_{\max} \approx N$, когда число N остается ещё доступным для исследований, скажем, на ПК;
- 2). Плотность ρ – как нарастающая сумма ρ_p вплоть до «доступного» нам $P \leq N$.

Используя *сумму Гаусса-Мертенса* ($\sum P \equiv 2+3+5+\dots+P \approx \ln \ln P + 0,261497$), для относительно больших P и N из формулы (4.1) получаем выражение для плотности:

$$\rho \sim N \cdot (\ln \ln P + 0,261497) \cdot (1+). \quad (4.2)$$

Плотность (ρ) отрезка – это «отражение» миром чисел обычной (не скрытой) материи.

Рефлексия № 11. На БО «вклад» первых 12-ти простых чисел ($P = 2, 3, 5, \dots, 37$) соответственно равен (ρ_p в % от ρ): 15,98; 7,99; 3,99; 2,66; 1,60; 1,33; 1,00; 0,89; 0,73; 0,57; 0,53; 0,44 (в сумме – 37,7% от ρ). Т.е. мир чисел отдает явное предпочтение малым $P = 2, 3, 5, 7$. Аналогичная картина с «распространенностью» типов T , богатств S , и др. параметрами.

В реальном мире Создатель также отдает предпочтение именно *малым* числам – наше пространство *трехмерно* (четвертое измерение – время);
 – обычное вещество строится из **6** кварков и **6** лептонов (из 12 фундаментальных частиц);
 – у фундаментальных частиц различают **3** поколения и **4** типа заряда ($-1; -1/3; 0; 2/3$);
 – в природе ≤ 3 -х фундаментальных сил (электрослабые, ядерные, гравитационные);
 – число типов нейтрино – не более **3**;
 – существуют **2** вида электрических зарядов («+» и «-»);
 – «фактор Больцмана» в физике оказывает предпочтение частицам меньших масс;
 – во Вселенной $\sim 75\%$ водорода (H) и $\sim 25\%$ гелия (He) – у них *min* атомная масса.

Скрытая плотность числа. Рассмотрим каноническое разложение числа $N = 21$ с указанием всех «скрытых» единиц: $N = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7$ (отбрасываем все $P > N$). Аналогичным образом можно найти «скрытые» единицы у любого натурального числа $N \geq 3$. Будем называть количество всех «скрытых» единиц у числа N – *скрытой плотностью* (δ_N) числа N . У числа $N = 21$, таким образом, получаем $\delta_N = 6$.

Скрытая P-плотность (δ_p) – это количество всех скрытых единиц, «порожденных» простым числом P в пределах отрезка $[3; N]$. Можно доказать (и нетрудно проверить), что

$$\delta_p \equiv (K_1 + K_2 + K_3 + \dots + K) + X, \quad (4.3)$$

$$K_a = (1 - \dots) \cdot (P - 1) \cdot P, \quad X \approx A, \quad (4.4)$$

$a = 1, 2, 3, \dots, z$, где $z = A(\ln N / \ln P)$ – наибольший показатель степени; A – функция «антье».

Скрытая плотность (δ) отрезка – это сумма всех P-плотностей ρ_p на отрезке $[3; N]$:

$$\delta \equiv \sum \delta_p \equiv \delta_2 + \delta_3 + \delta_5 + \delta_7 + \dots + \delta_{P_{max}}, \text{ где } P_{max} \leq N.$$

В части скрытой плотности будем различать два варианта исследований:

- 1). Скрытая плотность *по всем* простым числам отрезка $[3; N]$, т.е. $P = 2, 3, \dots, P_{max} \approx N$, когда число N остается ещё доступным для исследований, скажем, на ПК;
- 2). Скрытая плотность – как сумма δ_p вплоть до «доступного» нам P (при $N=10$).

Работая по 1-му варианту, мы приходим к степенному закону

$$\delta \approx m \cdot N, \quad (4.5)$$

где, вероятно, $m = \exp(-\pi/2) = 0,2079\dots$;

$$M = \exp(\pi/3) = 2,8497\dots \text{ (почти 3, что весьма важно!).}$$

По формуле (4.5) в конце Большого отрезка получаем скрытую плотность $\delta \approx 10$.

Работая по 2-му варианту, получаем закон $\delta = f(P)$, вид которого зависит от правой границы N отрезка $[3; N]$ (имеем три «эпохи»):

а). При $N \sim 10 \div 100$ – эпоха экспоненциального роста δ :

$$\delta \approx \exp(\chi \cdot P), \quad (4.6)$$

где $\chi \approx 1,0573 \cdot \ln N - 1,4230$ (увеличивается от 1,01 до 5,88);

$$\lambda \approx -0,2145 \cdot \ln N + 1,2121 \text{ (с ростом } N \text{ убывает от 0,72 до } -0,27)$$

б). При $N \sim 100 \div 1000$ – переходная эпоха, когда δ плавно изменяет закон своего роста (эпоха подробно не исследовалась).

в). При $N > 1000$ – эпоха степенного роста δ :

$$\delta \approx \chi \cdot P, \quad (4.7)$$

Причем в части параметров χ и λ явно выделяются два участка:

$$\text{I-й участок, для } P \leq: \quad \chi = \frac{1}{2} N, \quad \lambda \approx M - 2, \quad (4.8)$$

$$\text{II-й участок, для } P >: \quad \chi \approx m, \quad \lambda \approx M. \quad (4.9)$$

На рис. 4.1 показана функция $\delta = f(P)$ для пяти отрезков с правой границей: $N = 10$ (жирная линия); 10; 10; 10; 10 (верхняя линия). Хорошо видно, что в переходную эпоху график $\delta = f(P)$ образует *перегиб*, который с ростом N становится всё более чётким.

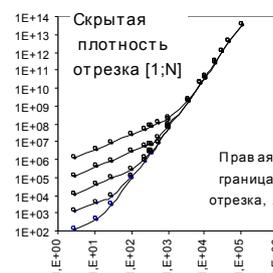


Рис. 4.1. Функция $\delta = f(P)$

5. «ОТРАЖЕНИЕ» НАТУРАЛЬНЫМ РЯДОМ СКРЫТОЙ МАТЕРИИ.

В 1998 г. обнаружено *ускоренное* расширение Вселенной. Параметром этого ускорения является Λ -член ~ 10 см. Это было самое интересное и неожиданное открытие в конце XX века! Космологи недавно предложили варианты – формы скрытой энергии, названной *квинтэссенцией* с отрицательной энергией, которая может постепенно ослабевать. Λ -член эквивалентен понятию скрытая материя.

Рефлексия № 12. Считая, что $1m \sim 10$ эви, получаем: $\Lambda \sim 10$ см ~ 10 м ~ 10 (эви). Это число можно обнаружить в мире чисел в конце БО ($N=10$), например:

а). Доля обычной плотности $Q \equiv \rho / (\rho + \delta) \approx 6,26 \cdot 10 \cdot (6,89 \cdot 10) \approx 9,08 \cdot 10$. Допуская $\delta \approx 6,18 \cdot 10$ (что может быть, т.к. для δ получили грубую формулу), имеем $Q \sim 10$;

б). Сумма всех делителей у всех чисел N достигает значения $\approx 0,82 \cdot 10$;

в). Количество всех камней (черных, серых, белых) в Пирамиде $\approx 0,5 \cdot 10$;

г). Масса всех камней (черных, серых) в Стволе составляет $\approx 0,25 \cdot 10$.

Вселенная начинает расширяться из *сингулярности* – области, где царят планковские величины (колоссальные: энергия, температура, давление, плотность), где масштабный фактор R испытывает сильнейшие флуктуации. Причем это флуктуации самой «пены» пространства-времени (классического пространства-времени ещё нет), поэтому данную область условно ещё называют «ничто». Сингулярность длится не более 10 эви.

Рефлексия № 13. В начале натурального ряда также существует сингулярность. Так, важнейший закон (1.3) при $N=1$ теряет законный смысл (деление на нуль запрещено).

После сингулярности в биографии Вселенной идет стадия **инфляции**. Инфляция играла роль «взрыва», разогнавшего Вселенную, и закон расширения Вселенной (закон Хаббла) – это наследие стадии инфляции, закончившейся при $t \sim 10$ эв. Саму инфляцию обеспечивал Λ -член. Причем Λ -член убывает со временем (с ростом времени t), и Λ -член не являлся новой фундаментальной константой, а генерировался в результате некоторых (пока точно не известных) процессов, происходящих в ранней Вселенной.

Рефлексия № 14. В натуральном ряде также можно выделить «стадию инфляции» – это отрезок [2; 10], на котором не работают буквально все формулы ГТНЧ и теории чисел (относительная погрешность формул очень большая). На указанном отрезке, образно говоря, “зарождается” чудовищно сложная структура натурального ряда, причем самым элементарным образом: $1; 1+1=2; 2+1=3; 3+1=4; 4+1=5; \dots$ (глубокая мысль!).

Если Q «отражает» Λ -член, то ГТНЧ «подтверждает» это законом $Q \approx 22,5 \cdot N$. Параметр Q (как и Λ -член) не является константой, имеет динамическое происхождение и генерируется самой Пирамидой (её архитектурой, см. рис. 1.1).

На долю *обычной материи* приходится менее 10% общей плотности во Вселенной (обычная материя по своим свойствам близка к пыли). На долю малопонятной, таинственной *скрытой материи* приходится свыше 90% общей плотности во Вселенной.

Рефлексия № 15. На Большом отрезке доля Q обычной плотности ρ по первым 12-ти простым числам ($P = 2, 3, 5, \dots, 37$) убывает по степенному закону от $Q = 67\%$ до $Q = 19\%$, а по первым 25-ти простым числам ($P = 2, 3, 5, \dots, 97$) – убывает до $Q = 10\%$. В природе нельзя обнаружить химические элементы с атомным номером свыше 94, т.е. за плутонием (у америция и т.д.) ядра атомов уже неустойчивы. Элементы с $Z > 94$ из таблицы Д. И. Менделеева можно получить только в ядерных реакциях (можно только синтезировать).

При расширении Вселенной плотность скрытой материи остается *почти постоянной*, а не убывает как плотность обычного вещества (Λ соответствует энергии вакуума, которая почти не изменяется при расширении Вселенной).

Рефлексия № 16. При расширении объем Вселенной (V) растет пропорционально кубу её характерного размера: $V \sim N$. В мире чисел плотность параметра ρ с ростом N будет убывать, т.к. $\rho/V \sim \rho/N \sim N \cdot \ln \ln N$, см. формулу (4.2). А вот плотность параметра δ с ростом N будет оставаться почти постоянной, т.к. $\delta/V \sim \delta/N \sim N$, см. (4.5) ÷ (4.9).

Возраст Вселенной оказывается больше почти в два раза, если соглашаться с тем, что 90% общей плотности Вселенной приходится на скрытую материю.

Рефлексия № 17. Говоря о скрытой плотности, скажем, числа $N = 21 = 3 \cdot 7$, мы как бы подразумеваем, существование некоего **скрытого числа** $N^* = 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$. В этом смысле любой отрезок натурального ряда содержит чисел в два раза больше, чем принято было считать. Т.е., учитывая все скрытые числа, БО оказывается больше почти в два раза.

Возможно существование однородного фона *скрытой материи* (70 ÷ 80% всей скрытой материи). Не исключено, что именно пустое пространство (вакуум) обладает такими свойствами. Если бы вакуум имел небольшую, но конечную плотность энергии, то, как раз она бы подходила для того, чтобы описать динамику ускоряющейся Вселенной.

Рефлексия № 18. В мире чисел существует **числовой вакуум** – это «скрытые» единицы в канонических разложениях натуральных чисел. Вероятно, каждая «скрытая» единица – это одна из *бесконечных* ипостасей (сущностей) «многоликой» единицы. Ведь число $N=1$ можно считать первым простым числом, у которого, согласно формуле (1.3), порядковый номер равен ∞ . Это иллюстрирует *белая* Пирамида (перевернутая на 180° , на рис. 1.1 – это белое поле справа вверх): $N=1$ «соприкасается» с белым камнем « ∞ ».

Физический вакуум – это море виртуальных (эфемерных) частиц, которые проявляют себя странным образом: они как бы и не взаимодействуют с окружающим внешним миром, переопределяя только массы элементарных частиц, заряды и моменты (кстати, этого достаточно, чтобы константы классической физики изменялись во времени).

Наиболее всего странно следующее свойство физического вакуума. В каждой точке пространства-времени содержится бесконечно много виртуальных частиц, и все они весят бесконечно много. Проблема бесконечной массы физического вакуума является проблемой №1 в теоретической физике (*проблемой динамической генерации* Λ -члена).

Рефлексия № 19. *Числовой вакуум* – это море эфемерных «скрытых» единиц, которые проявляют себя странным образом: они как бы и не взаимодействуют с миром чисел, «переопределяя» только значения натуральных чисел, их делители и свойства чисел.

Наиболее всего странно следующее свойство числового вакуума. У каждого натурального числа N содержится как бы бесконечно много «скрытых» единиц (т.к. умножение на 1 – ничего не меняется), все они весят бесконечно много (ибо за каждой единицей «скрывается» бесконечность, причем эти бесконечности, вероятно, каждый раз – разные).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Идея отождествления натурального ряда с потоком времени (когда единица эквивалентна планковскому времени $5,4 \cdot 10^{-44}$ с) представляется весьма плодотворной. Она делает мир чисел наглядным, более понятным, интересным для самой широкой публики. Что весьма актуально, т.к. природа натуральных чисел (их делителей), увы, продолжает оставаться в большой степени недооцененной даже профессиональными математиками.

Но великий немецкий математик Карл Гаусс (1777–1855) однажды сказал пророческие слова: «Математика – королева наук, а *теория чисел* – королева математики». И, надо полагать, справедливость этих слов вскоре ни у кого не будет вызывать сомнений. Как уже нет сомнений в том, что только математика способна адекватно описать реальный мир (математика давно стала королевой наук). Дело за «малым» – осталось признать исключительную роль *теории чисел* в построении общей картины мироздания.

Что касается приведенных «отражений» (рефлексий) ГТНЧ, то не беда, если они так и не сойдутся в «едином фокусе», оставаясь лишь осколками гипотетического «Зеркала». Но даже отблески этих осколков будут лишним раз напоминать, что нас окружает *единый* мир, который и не догадывается о существовании столь многочисленных и *разных* наук (в т.ч. математики и физики), созданных умом человека на пути к Истине. В любом случае, свежий взгляд на мир чисел, безусловно, принесет свои плоды...

ЛИТЕРАТУРА (книги А. В. Исаева по ГТНЧ, изданные в Санкт-Петербурге)

1. Графическая теория натуральных чисел. ВМВ, 1997.
2. Закон распределения богатства. ЛИСС, 1998.
3. Параллельные миры... Всемирная литература, 2001.
4. Параллельные миры II ЛИСС, 2002.
5. Тайны российской статистики ЛИСС, 2002.
6. Тайны статистики ЛИСС, 2003.
7. Леонард Эйлер и космология чисел. ЛИСС, 2003.
8. «Зеркало» Вселенной. ЛИСС, 2004.