Пространство–время и октавы.

Кубышкин Е.И. апрель 2012г

1. Пространство, время, материя. Пути объединения.

При изучении окружающего Мира мы научились выделять, как первоначально казалось, принципиально разные сущности, а именно время, пространство и материю в различных её проявлениях. Этот взгляд на Мир нашёл своё отражение в механике Ньютона, в которой пространство, время, и материя существуют раздельно. Механика Ньютона показала хорошее совпадение с экспериментальными данными. Однако при проникновении в глубинные свойства материи и дальнейшем развитии науки оказалось, что пространство и время можно представить как единый объект. Первое объединение состоялось благодаря работам выдающихся ученых − Лоренца, Пуанкаре и Эйнштейна. Их трудами в 1907−1908гг. была создана "Специальная теория относительности" (СТО). Математическое оформление СТО получила в работах Минковского. В 1907−1908гг. Минковский создал математическую модель физического пространства, объединившую пространство и время в единый ***четырёхмерный объект***, а именно ***пространство-время,*** метрические свойства которого описывались знакопеременной квадратичной формой. Метрические свойства пространства-времени были подтверждены экспериментально.

Следующим шагом в объединении пространства-времени и материи стало создание общей теории относительности (ОТО) в 1915−1916г.г. В ОТО пространство-время перестало быть инертным. Гравитационное поле материи стало воздействовать на пространство-время, искривляя его и изменяя параметры движения самой материи.

Попыткой объединить пространство-время и материю в рамках пятимерного пространства стала математическая модель Калуцы [2]. В статье, которую он отправил Эйнштейну в 1919 году, содержалось предположение о ***пятимерности*** физического пространства. Калуца предполагал, что его теория указывает "*на возможность истолкования гравитации и электричества как проявлений некоторого универсального поля"* [3].

Но наблюдаемое пространство очевидным образом трёхмерно. Дополнение гипотезы Калуцы, заключающееся в формулировке условий невидимости пятого измерения, высказал в 1926 году шведский математик Оскар Клейн. Он предположил, что структура физического пространства может содержать как "протяженные", так и "свёрнутые" измерения. При этом дополнительные (к трём видимым) измерения свёрнуты до малых размеров. В таком виде эта модель пятимерного пространства стала называться теорией Калуцы-Клейна. Плоскость из пространства Калуцы-Клейна, на которой в каждой точке существует одно дополнительное измерение, свёрнутое в кольцо, схематично представлена на рис.1.

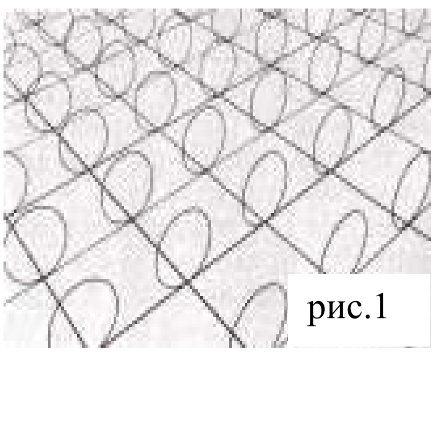

рис.1

В настоящее время идея дополнительных "свёрнутых" измерений, размер которых сопоставим с длиной Планка, (около $1{,}6\times10^{-35}$ метров) разрабатывается в различных моделях. В частности в теории струн общее число рассматриваемых пространственных измерений равно десяти, а вместе с временем общее количество измерений составляет одиннадцать.

Другим направлением развития моделей многомерных пространств можно считать теории, в которых на дополнительные измерения не налагаются условия "компактификации". Для разработки таких теорий часто привлекаются алгебры гиперкомплексных чисел. Но на этом пути также существует проблема невидимости и не наблюдаемости дополнительных пространственных измерений.

Завершая краткий и неполный обзор путей объединения пространства и материи, приведём слова Эйнштейна, произнесённые в речи 7 июня 1930г. в Ноттингеме [12] :

"Мы приходим к странному выводу: сейчас нам начинает казаться, что первичную роль играет пространство, материя же должна быть получена из пространства, так сказать, на следующем этапе. Пространство поглощает материю. Мы всегда рассматривали материю первичной, а пространство вторичным. Пространство, образно говоря, берёт сейчас реванш и "съедает" материю. Однако всё это остаётся пока лишь сокровенной мечтой".

2. Гипотеза о пространстве-времени и материи как едином целом и теория мультивекторных пространств (ТМП).

Возможным способом объединения пространства-времени и материи в единый объект является рассмотрение пространства, геометрические свойства которого определяются октавами. Алгебра октав имеет размерность восемь. Пространства, геометрия которых определяется алгеброй октав, рассмотрены в книге "Нелинейная алгебра пространства-времени" [5]. Одним из результатов этой работы можно считать утверждение:

в октавном пространстве дополнительные пространственные измерения не наблюдаются, потому что они ортогональны трём видимым измерениям.

В качестве примера такой визуальной "не наблюдаемости" можно привести координату, связанную с временем, которая безусловно существует и может быть зарегистрирована приборами (часами). Визуальная не наблюдаемость времени возникает в связи с тем, что эта координата ортогональна любым пространственным измерениям. Этот факт может быть подтверждён даже в рамках СТО. Фактором, скрывающим дополнительные пространственные измерения в октавном пространстве, является то, что все движения связанные с преобразованиями этого пространства происходят всегда в некотором ассоциативном четырёхмерном подпространстве, из трёх пространственных измерений и времени [5]. Т.е. как бы мы не перемещались в пространстве, всегда наблюдаемы только три пространственные измерения. Время и четыре дополнительные пространственные координаты скрыты от наблюдателя т.к. они ортогональны к трём наблюдаемым пространственным координатам.

Исследования [5], [6] векторных пространств, в которых алгебра векторов это алгебра октав, сделали возможным представление о пространстве-времени и материи как одной фундаментальной сущности. А именно как о движущемся пространстве-времени, подчинённом алгебре октав. Этот взгляд на вещи может быть закреплён формулировкой "***основной гипотезы***", постулирующей свойства окружающего нас Мира:

Пространство-время это бесконечная непрерывная среда, в которой отсутствуют источники и стоки, а геометрия и свойства определяются алгеброй октав. При этом все наблюдаемые формы материи, и процессы результат движения этой среды.

Детализация сформулированной гипотезы позволяет дать ***логически последовательное описание модели пространства-времени-материи как единого целого.***

Следствий из "основной гипотезы" достаточно для разработки математической модели пространства-времени, определения его метрических свойств и вывода уравнений поля. Материальные объекты (поля, электрические заряды, массы) появляются как некоторые решения полевых уравнений. Подобный подход не является принципиально новым. В качестве примера можно сослаться на работы Ми [2], [8]. Новой является геометрия октавного пространства-времени, заложенная в основу такого объединения.

Идея применения октав для моделирования геометрии пространства-времени появилась как результат обобщения предложения Ф. Клейна [1] об использовании кватернионов для описания преобразований Лоренца. При анализе работы Ф. Клейна было показано [5], [6], что исключительные алгебры комплексных чисел, кватернионов и октав (с размерностью m=2, 4, 8, соответственно) имеют две взаимосвязанные квадратичные нормы. Каждая из этих норм принимает действительные значения при любых значениях аргумента. Этими нормами являются, широко известная положительно определённая ***евклидова норма***, а также менее известная знакопеременная ***лоренцева норма.*** В сочетании эти нормы описывают метрические свойства пространства-времени.

Наложение исключительных алгебр (обладающих единицей и однозначным делением) на структуру векторного пространства, связанного (ассоциированного) с точечным пространством, позволило разработать теорию мультивекторных пространств (ТМП) [5]. В мультивекторных пространствах (МП) допустимыми операциями являются сложение и непосредственное умножения векторов, а также операция получения сопряжённого вектора. Следствием этих операций, в указанных пространствах, является существование двух метрических форм, связанных с евклидовой и лоренцевой нормой. Важным моментом в теории МП является то, что метрические формы, существующие в этих пространствах не нужно постулировать, как это сделано в модели четырёхмерного пространства-времени Минковского. Все метрические свойства МП оказываются выводимыми из алгебраических свойств векторов этих пространств.

Различаются МП числом свободы отдельно взятой точки точечного пространства, с которым связано МП. Число свободы точки равно числу действительных параметров необходимых для задания координат точки. Это число равно размерности, исключительной алгебры векторов мультивекторного пространства, связанного с данным точечным пространством, и ограничено числами **1, 2, 4, 8**. В точечном пространстве, с которым связано октавное МП. число свободы точки равно восьми. МП с меньшим числом степеней свободы являются подпространствами октавного пространства.

3. Метрические свойства пространства-времени, вытекающие из основной гипотезы.

Как уже было отмечено, метрические свойства пространства-времени, в принятой математической модели не постулируются, а выводятся из алгебры векторов МП. Метрика МП определяется двумя квадратичными нормами и имеет более сложное строение в сравнении с метрикой Минковского. Этими нормами, существующими в алгебре октав и её подалгебрах, являются лоренцева норма [5] и евклидова норма.

Лоренцева норма, – знакопеременная квадратичная норма, принимающая действительные значения, равная сумме квадратов сопряжённых чисел

$$Lr(a)=\langle a,a\rangle=\tfrac{1}{2}(a^2+\bar{a}^2)=a_0^2-\sum_{j=1}^{m-1}a_j^2\,;$$

Лоренцева норма имеет лоренцеву сигнатуру $\underbrace{(+,\ldots,-,-)}_{\mathrm{m}}$

Лоренцева норма имеет сигнатуру, необходимую для описания экспериментально регистрируемых метрических свойств пространства-времени. Лоренцевой норме соответствует скалярное произведение, задаваемое формулой

$$\langle a,b\rangle=\mathrm{Re}(ab)=\tfrac{1}{2}\left(ab+\bar{b}\,\bar{a}\right)=a_0b_0-\sum_{j=1}^{m-1}a_jb_j\quad .$$

где: $\mathrm{Re}(ab)$ – действительная часть произведения чисел ab;

m– размерность алгебры:

m=1 для действительных чисел; m=2 для комплексных чисел;

m=4 для кватернионов; m=8 для октав.

На существование лоренцева скалярного произведения у комплексных чисел, по-видимому, впервые указано в 1988г. в работе Сазанова Анатолия Анатольевича "Четырёхмерный мир Минковского" [9] стр.59. Подробно свойства лоренцева скалярного произведения, а также евклидова скалярного произведения рассмотрены в работе [5].

Второй квадратичной нормой, определяющей метрику МП, является евклидова норма.

Евклидова норма, - положительно определённая квадратичная норма. Норма выражается через произведение сопряжённых чисел

$$Nr(a) = \langle\langle a,a \rangle\rangle = a\,\bar{a} = \sum_{j=0}^{m-1} a_j^2 \geq 0; \quad (\text{m}=1, 2, 4, 8).$$

Евклидова норма характеризуются сигнатурой $\underbrace{(+,\ldots,+)}_{m}$

Евклидовой норме соответствует скалярное произведение, задаваемое формулой

$$\langle\langle a,b \rangle\rangle = \mathrm{Re}(a\bar{b}) = \tfrac{1}{2}\left(a\bar{b} + b\bar{a}\right) = a_0 b_0 + \sum_{j=1}^{m-1} a_j b_j \; .$$

Евклидово и лоренцево скалярные произведения связаны простой зависимостью $\langle\langle a,b \rangle\rangle = \langle a,\bar{b} \rangle$.

4. Вращения пространства-времени.

Существование двух норм определяет преобразования МП, являющиеся вращениями. Анализ вращений приводит к уравнениям поля. В МП существуют три вида вращений [5], сохраняющих нормы вектора. Вращения можно классифицировать по типу сохраняемой нормы:

E – движением называются вращение МП, сохраняющее евклидову норму вектора, а также евклидово скалярное произведение двух векторов. Элементарные линейные преобразования октавного МП, осуществляющие Е–движения этого пространства, можно классифицировать следующим образом:

$q' = aq$ – левое преобразование;

$q' = qa$ – правое преобразование;

$q' = aqa$ – симметричное центральное преобразование,

где: **a**, – вектор с единичной евклидовой нормой $Nr(a) = 1$, осуществляющий преобразование пространства.

EL – движением называются вращение МП, сохраняющие одновременно евклидову норму вектора и лоренцеву норму вектора, и соответствующие скалярные произведения. К этим движениям относятся преобразования вида

$q' = aq\bar{a}$ – несимметричное центральное преобразование,

где: **a**, – вектор с единичной евклидовой нормой $Nr(a) = 1$.

L – движением называются вращение МП, сохраняющие лоренцеву норму вектора и лоренцево скалярное произведение двух векторов.

При переходе из системы отсчёта O_P, связанной с вектором p, в систему отсчёта O_q, связанную с вектором q, формула, определяющая преобразование некоторого вектора $x_p = x_{p0} e_p + x_{p1} i_{pq}$, записывается следующим образом

$$x_q = \frac{x_{p0} - \beta x_{p1}}{\pm\sqrt{1-\beta^2}} e_q - \frac{\beta x_{p0} - x_{p1}}{\pm\sqrt{1-\beta^2}} i_{qp} ,$$

где: $\beta = \|q_p - \bar{q}_p\| / (q_p + \bar{q}_p)$ –параметр скорости вектора q;

e_q и i_{qp} - действительная и мнимая единица подпространства

порождённого вектором q, (в системе отсчёта O_q).

Вектор q порождает подпространство, которому соответствует комплексная плоскость. В соответствии с этой формулой, при переходе из системы отсчёта O_P в систему отсчёта O_q, величина лоренцевой нормы каждого вектора рассматриваемой комплексной плоскости сохраняется. Это преобразование является L–движением и эквивалентно преобразованиям Лоренца в двухмерном линейном пространстве с метрикой Минковского.

Формулы L–движения, сохраняющие лоренцеву норму, для кватернионного МП, эквивалентны преобразованиям Лоренца, в четырёхмерном линейном пространстве с метрикой Минковского.

Общий анализ L–движений показал [5], что преобразование октавного ("восьмимерного") мультивекторного пространства, сохраняющее лоренцеву норму, имеет важное свойство, позволяющее понять, почему видимое пространство трёхмерно, а именно:

Любое общее вращение октавного пространства, осуществляемое с помощью формул L–движения, происходит всегда в "четырёхмерном" ассоциативном подпространстве, алгебра векторов в котором изоморфна алгебре кватернионов.

Этот вывод в применении к наблюдаемому физическому пространству означает, что частный наблюдатель при любом перемещении может видеть всегда только трёхмерное подпространство и регистрировать приборами время.

При любом перемещении частного наблюдателя его трёхмерное подпространство изменяется и поворачивается в соответствии с формулами L–движения, но всегда это только трёхмерное подпространство из "четырёхмерного" ассоциативного подпространства. Дополнительные четыре пространственных измерения общего октавного пространства и действительная составляющая (время) скрыты от наблюдателя т.к. ортогональны к его трёхмерному подпространству.

5. Постулаты Эйнштейна и ТМП.

В работе А. Эйнштейна 1905г. [10] сформулированы два важных постулата, составляющих основу СТО. Эйнштейн писал:

1)*... не только в механике, но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя и даже, более того, – к предположению, что для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, справедливы те же самые электродинамические и оптические законы, как это уже доказано для величин первого порядка. Это предположение (содержание которого в дальнейшем будет называться «принципом относительности»)*

2)*...свет в пустоте всегда распространяется с определенной скоростью* ***V****, не зависящей от состояния движения излучающего тела.*

Проанализируем основные идеи этих постулатов, с точки зрения ТМП.

А. Системы отсчёта.

Эйнштейн ввёл понятие *"координатных систем, для которых справедливы уравнения механики".* Такие системы отсчёта называют инерциальными. В них справедлив закон инерции, который можно сформулировать следующим образом: материальная точка, когда на неё не действуют никакие силы (или действуют силы взаимно уравновешенные), находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения. Две координатные системы эквивалентны, если каждая из них является инерциальной. Недостатками такого подхода является различие темпов времени в двух инерциальных системах отсчёта, движущихся одна относительно другой, а также привязка к уравнениям механики. Уравнения механики могут быть не определены на начальной стадии разработки теории, и должны быть получены (выведены) как результат более ранних предпосылок.

В ТМП [5] вводится иной критерий эквивалентности допустимых систем отсчёта определённых при L−движениях.

Две допустимые системы отсчёта считаются эквивалентными, если некоторый вектор в каждой из них не имеет мнимой составляющей.

Упрощённо можно считать системы отсчёта эквивалентными, если они неподвижны одна относительно другой. При таком определении условия эквивалентности двух систем отсчёта, темпы течения времени в них совпадают, и нет привязки к каким либо уравнениям механики.

Б. Инвариантность физических законов

В ТМП при выводе формул для поворотов мультивекторных пространств, сохраняющих лоренцеву норму и эквивалентных преобразованиям Лоренца (L−движения), используется аналог первого постулата Эйнштейна. Этот постулат в ТМП звучит так [5]:

в октавном мультивекторном пространстве, в системе отсчёта, связанной с любым вектором, алгебра векторов изоморфна алгебре октав.

В октавном мультивекторном пространстве M_8 существуют подпространства M_4 и M_2 алгебра векторов в которых изоморфна алгебре кватернионов и алгебре комплексных чисел соответственно. Для этих подпространств приведенный постулат также справедлив, но с указанием на соответствующую алгебру.

В. Постоянство скорости света в пустоте.

ТМП является математической теорией, которая допускает описание двух различных Миров. В первом Мире допустимые вращения (преобразования) пространства определяются Е−движениями. Во втором L−движениями.

- Можно рассмотреть Мир, в котором переход из одной системы отсчёта в другую осуществляется с помощью формул Е−движения, и сохраняется евклидова норма. Т.е. допустимыми преобразованиями пространства являются E–движения. Однако дальнейший анализ показывает, что в таком Мире существуют бесконечные скорости.

- Другой (**наш**) Мир, в котором переход из одной системы отсчёта в другую осуществляется с помощью формул L–движения и сохраняется лоренцева норма. В [5] показано, что при L–движениях предельная скорость ограничена. И это ограничение связано, в том числе, с существованием положительно определённой евклидовой нормы.

Наблюдаемый Мир характеризуется ограниченными скоростями, и постулат Эйнштейна о постоянстве скорости света прямо на это указывает.

Поэтому в Мире ограниченных скоростей (в рамках "основной гипотезы") допустимыми преобразованиями пространства являются L–движения, сохраняющие лоренцеву норму.

Существование в алгебре октав лоренцевой нормы позволяет ввести понятие изотропного вектора.

***Изотропным вектором** называется вектор с ненулевой евклидовой нормой, и лоренцевой нормой равной нулю.*

Изотропные направления являются характеристиками, вдоль которых движение осуществляется с максимально возможной скоростью. Например, свет, обладающий предельной скоростью, распространяется вдоль изотропных направлений. В ТМП преобразования пространства (L–движения), сохраняющие лоренцеву норму вектора (в том числе и нулевую) определяют постоянство предельной скорости во всех допустимых системах отсчёта.

6. Релятивистская функция Лагранжа, импульс и энергия точки пространства-времени.

В соответствии с принятой "основной гипотезой" рассмотрим бесконечное точечное пространство, алгебра векторов в котором это алгебра октав. В этом точечном пространстве отслеживается движение некоторой точки Y. Вектор dy соответствует малому перемещению точки Y из одного положения в другое. На рис.2. в системе отсчёта O_e неподвижного наблюдателя, показаны проекции вектора dy. В системе отсчёта O_e, действительной оси соответствует время наблюдателя t, а мнимым осям соответствуют семь ортогональных пространственных векторов один из которых (e_1) показан на рис.2.

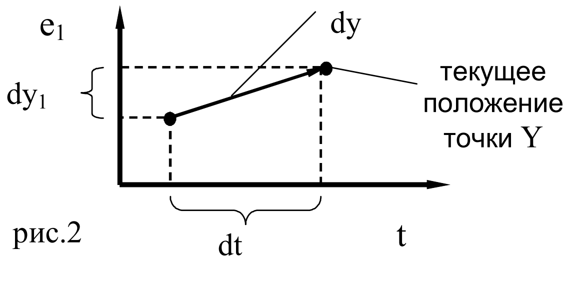

рис.2

Вторая система отсчёта O_y связана с точкой Y и вектором dy. Собственное время точки Y в системе отсчёта O_y обозначим как s. В системе отсчёта O_y, точка Y является неподвижной. Т.е. в системе отсчёта O_y вектор dy содержит только действительную составляющую, а его мнимая (пространственная) часть равна нулю.

Анализ вращений МП показывает, что в ТМП для описания ***наблюдаемого Мира*** допустимыми являются преобразования, сохраняющие лоренцеву норму

(L–движения). Поэтому в двух упомянутых системах отсчёта (O_y и O_e) проекции вектора dy имеют жёсткую связь через лоренцеву норму (L–движение). Лоренцева норма вектора dy в этих двух системах отсчёта должна быть одинаковой т.е.

$$Lr_{Oy}(dy) \equiv Lr_{Oe}(dy) \qquad (1).$$

Тождество (1) выражает закон сохранения лоренцевой нормы вектора при переходе из одной системы отсчёта к другой.

Для октавного МП лоренцева норма вектора dy в системах отсчёта O_y и O_e может быть определена через проекции на координатные оси т.е.

$$Lr_{Oy}(dy) = ds^2 \equiv Lr_{Oe}(dy) = dt^2 - \sum_{i=1}^{7} dy_i^2 \qquad (1^{/}).$$

Аналогично тому, как это проделано в СТО [8] стр. 42, соотношение ($1^{/}$) позволяет определить траектории частиц таким образом, чтобы эти траектории были линиями минимальной длины (геодезическими линиями). Для этого вводится функционал действия S в виде

$$S = -\int_{s2}^{s1} ds = -\int_{t1}^{t2} \sqrt{1-\beta^2}\, dt = \int_{t1}^{t2} L_{рел} dt \qquad (2).$$

где: s_1, s_2 и t_1, t_2 – моменты времени между двумя определёнными событиями в системах отсчёта O_y и O_e соответственно;

$\beta_i = dy_i / dt$, - проекция вектора полной безразмерной скорости β на i–ю мнимую координатную ось y_i (в системе отсчёта O_e);

$\beta^2 = \sum_{i=1}^{7} \beta_i^2$, - квадрат полной скорости точки Y ;

Релятивистская функция Лагранжа следует из (2),

$$L_{рел} = -\sqrt{1-\beta^2}\ .$$

Релятивистская функция Лагранжа позволяет определить такие параметры точки как релятивистский импульс и релятивистскую энергию.

Релятивистский импульс точки это вектор равный

$$p_{рел} = dL/d\beta = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (3),$$

где: $\beta = dy/dt = \sum_{i=1}^{7} e_i (dy_i / dt)$, - вектор безразмерной скорости β;

e_i - мнимые единицы алгебры октав (i=1...7).

Релятивистская энергия точки, – $E_{рел}$**.**

$$E_{рел} = \langle\langle p, \beta \rangle\rangle - L = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (4),$$

где: $\langle\langle p,\beta\rangle\rangle$ евклидово скалярное произведение векторов p и β.

Релятивистская кинетическая энергия точки, – $T_{рел}$**.**

Релятивистская кинетическая энергия точки, зависит от скорости её движения и при $\beta=0$ равна нулю т.е.

$$T_{рел}=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1=\frac{\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}\left(1+\sqrt{1-\beta^2}\right)} \quad (5).$$

Для малых скоростей при $\beta\to0$, это соотношение переходит в формулу

$$T=\beta^2/2,$$

где T, – кинетическая энергия точки в смысле классической механики.

7. Упрощение модели.

Математической основой принятой нами модели пространства-времени является алгебра октав. Однако теория функций октавного переменного, в настоящее время, исследована недостаточно. Поэтому для того чтобы упростить задачу и получить уравнения движения пространства-времени как некоторой среды, предлагается использовать алгебру линейного векторного пространства L(7,1) (R^7) в качестве алгебры, моделирующей свойства алгебры октав. Октавное мультивекторное пространство обозначим как M_8. Можно показать, что алгебра векторов L(7,1) изоморфна алгебре мнимых векторов из M_8. При этом линейное векторное пространство L(7,1) будет моделировать семь мнимых направлений октавного МП M_8, а действительное направление M_8 будет использовано как параметр (время наблюдателя), в соответствии, с которым происходят все изменения в пространстве.

Темп течения времени, в движущихся относительно наблюдателя системах отсчёта, предполагается различным, зависящим от скорости движения этих систем отсчёта. При известной скорости, темп течения времени в движущейся системе отсчёта может быть определён по соотношению ($1^{/}$). В рассматриваемой упрощённой математической модели релятивистский закон сложения скоростей движущихся точек пространства-времени не учитывается.

При подобных допущениях получаемые зависимости описывают слабые поля, которые возникают при малых скоростях ($\beta<<1$) движения среды. Для сильных полей необходима модернизация разработанного метода.

Несмотря на упрощения основной математической модели, развитый подход полезен т.к. раскрывает схему вывода уравнений поля. А получаемые в результате вывода, уравнения объясняют происхождение электромагнитных и гравитационных полей в пространстве-времени и позволяют производить реальные вычисления.

8. Функция Гамильтона, кинетическая и потенциальная энергия точки при малых скоростях движения.

При малых скоростях движения среды становятся точными положения классической механики. Это позволяет для отдельной точки пространства-времени ввести понятие кинетической и потенциальной энергии точки. Сумма кинетической и потенциальной энергии равна полной энергии точки.

Понятие потенциальной энергии вводится для консервативных систем, работа сил в которых не зависит от конфигурации пути, а зависит только от начального и конечного положения системы (от координат). В консервативных системах имеет место закон сохранения суммы кинетической и потенциальной энергии. При малых скоростях движения, октавное пространство-время может рассматриваться как консервативная система. Для больших скоростей это положение перестаёт выполняться. В [8] стр. 172 Паули отметил:

> *"В релятивистской механике, вообще говоря, нельзя ввести потенциальную энергию, зависящую только от координат, так как, согласно основным положениям теории, взаимодействия не могут распространяться со скоростью большей скорости света. Имеются, однако, известные случаи, когда, тем не менее, подобную потенциальную энергию удобно ввести".*

При малых скоростях, для пространства-времени можно ввести в рассмотрение потенциальную энергию, зависящую только от координат. Для консервативных систем функция Гамильтона H записывается в виде $H = T + U = const$, где T и U - кинетическая и потенциальная энергия. Для определения T и U, воспользуемся тождеством ($1'$), которое выражает закон сохранения лоренцевой нормы и справедливо при любых скоростях движения. Запишем ($1'$) в виде

$$\frac{\beta^2}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \equiv \frac{1}{2} \qquad (6).$$

Сравнивая (6) с записью функции Гамильтона отметим, что $\beta^2/2$ это кинетическая энергия T при малых скоростях движения (5). Тогда составляющая $\frac{1}{2}(ds/dt)^2$, с точностью до константы совпадает с потенциальной энергией точки. Откуда следует

$$\boxed{H = T + U = \frac{\beta^2}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2} = const \qquad (7).}$$

где: $T = \sum_{i=1}^{7} \beta_i^2 / 2 = \beta^2 / 2$, – ***кинетическая энергия*** точки (в смысле классической механики). Квадратичная функция, всегда действительная положительная величина. Кинетическая энергия точки зависит явно от скорости перемещения точки β.

$U=\frac{1}{2}(ds/dt)^2$, - ***потенциальная энергия*** точки (в смысле классической механики). Квадратичная функция, всегда действительная положительная величина. Предполагается, что потенциальная энергия точки U не зависит явно от скорости перемещения точки и является функцией только координат. Потенциальная энергия точки U изменяется при переходе от одной точки пространства к другой.

$H=T+U=1/2$, – ***функция Гамильтона*** или ***полная энергия точки при малых скоростях.*** Н является постоянной величиной и явно не зависит от времени $(\partial H/\partial t=0)$.

Соотношение (7) соответствует основному тождеству (1) сохранения лоренцевой нормы, является его следствием и определяет ***закон сохранения полной энергии точки пространства–времени при малых скоростях перемещения.*** Формула (7) показывает, что кинетическая энергия и потенциальная энергия точки являются действительными, ограниченными, положительно определёнными квадратичными функциями. При этом если кинетическая энергия увеличивается, то потенциальная энергия точки уменьшается т.е.

$$U=\frac{1}{2}-T=\frac{1}{2}\left(1-\sum_{i=1}^{7}\beta_i^2\right)=\frac{1}{2}(1-\beta^2) \qquad (7')$$

В спокойном пространстве–времени $T=\beta^2/2=0$, потенциальная энергия совпадает по величине с полной энергией. Когда существует движение точек среды, их кинетическая энергия отлична от нуля и возникает дисбаланс полной и потенциальной энергии. Именно кинетическая энергия определяет появление в пространстве–времени объектов, которые мы называем материальными объектами.

Аналогия.

Можно сравнить точку пространства–времени с колебательной системой, в которой отсутствует диссипация энергии, например, с идеальным пружинным маятником, который имеет одну степень свободы. При колебаниях маятника потенциальная энергия сжатой пружины, с жёсткостью С, переходит в кинетическую энергию движущейся массы m. В свою очередь кинетическая энергия движущейся массы переходит в потенциальную энергию сжатой пружины. Полная энергия этого гармонического осциллятора равна сумме кинетической и потенциальной энергии, и при отсутствии диссипации энергии равна постоянной величине т.е.

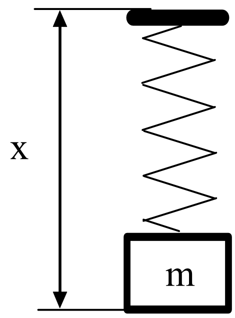

рис.3

$$H=T+U=\frac{1}{2}\,m\,\dot{x}^2+\frac{1}{2}Cx^2=const$$

В пространстве-времени каждая точка ведёт себя как осциллятор с несколькими степенями свободы. Вид функции для полной энергии показывает, что диссипация энергии в подобных осцилляторах отсутствует. Точка пространства может иметь кинетическую энергию, связанную с движением этой точки относительно наблюдателя. Эта же точка может иметь запас потенциальной энергии связанной с изменением течения времени в этой точке по сравнению с темпом течения времени наблюдателя. Потенциальная энергия точки может переходить в кинетическую энергию. Возможен также и обратный процесс.

Каждая точка пространства-времени является системой с восемью степенями свободы. Семь степеней свободы это пространственные (мнимые) направления смещения точки. Ещё одна степень свободы связана с действительной координатой (временем).

9. Уравнения движения пространства–времени.

Для получения уравнений движения некоторой механической системы можно использовать как функцию Лагранжа, так и функцию Гамильтона. Эти два подхода эквивалентны, но приводят к различным системам уравнений. Выбор диктуется поставленными задачами и удобством конкретного применения. В данной работе использована функция Лагранжа.

А. Функция Лагранжа, обобщённая сила и обобщённый импульс для малых скоростей движения точки.

Функция Лагранжа L, для малых скоростей движения точки, равна разности кинетической и потенциальной энергии и может быть получена из (7) т.е.

$$\boxed{L = T - U = \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{2}(ds/dt)^2 \qquad (8).}$$

В соответствии с основной гипотезой пространство-время является бесконечной средой. Эту среду можно рассматривать как механическую систему, состоящую из бесконечного количества точек.

Наиболее общая формулировка закона движения механических систем даётся ***принципом наименьшего действия*** (или ***принципом Гамильтона***). При этом механическая система характеризуется функцией Лагранжа L

$$L(y_1, y_2, \ldots, y_d, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \ldots, \dot{y}_d, t) = T - U\,,$$

где: T, U –кинетическая и потенциальная энергия системы;

$y_1, y_2, \ldots, y_d$,– обобщённые координаты;

$\dot{y}_1, \dot{y}_2, \ldots, \dot{y}_d$, – обобщённые скорости;

d – число степеней свободы.

Уравнение движения системы может быть получено из ***уравнения Лагранжа,***

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial y_i} = 0 \qquad (9).$$

Обобщённый импульс p_i точки в некотором направлении равен значению скорости точки в том же направлении т.е.

$$p_i = \partial L / \partial \dot{y}_i = \beta_i \qquad (10).$$

Обобщённую силу F_i, действующую на точку, можно найти, зная функцию Лагранжа (8), а именно

$$F_i = \frac{\partial L}{dy_i} = -\frac{\partial U}{\partial y_i} = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y_i}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \frac{\partial T}{\partial y_i} = \frac{\partial}{\partial y_i}\left(\frac{\beta^2}{2}\right) \qquad (11).$$

Сила, действующая на точки пространства-времени, появляется из-за разной скорости течения времени в соседних точках, которая в свою очередь возникает из-за различия квадрата скоростей соседних точек.

Б. Уравнения движения пространства-времени в форме Лагранжа.

В соответствии с "основной гипотезой" пространство-время мы рассматриваем как бесконечную сплошную среду. Для описания движения сплошных сред используют два подхода, связанных с выбором системы координат. Это подходы Лагранжа и Эйлера.

В подходе Лагранжа наблюдение ведётся за фиксированной точкой (частицей среды), при этом прослеживается изменение во времени её параметров. Зная судьбу всех точек, мы имеем исчерпывающую информацию об изучаемом процессе. Независимыми переменными, помимо времени, в этом случае являются параметры, позволяющие отличить одну точку от другой (так называемые переменные Лагранжа). Например, можно выбирать координаты начального положения точки.

Используя (8) и (9), можно получить семь (по числу пространственных степеней свободы) уравнений движения точки пространства-времени в форме Лагранжа. Время наблюдателя t используется как параметр.

$$\left| \begin{array}{l} \dfrac{d\beta_i}{dt} + \dfrac{\partial U}{\partial y_i} = 0 \qquad \text{где:} \quad (i=1,\,2,\,\ldots\,7), \qquad \beta_i = \dfrac{dy_i}{dt}\ , \\ U = \tfrac{1}{2} - T = \tfrac{1}{2}\left(1 - \sum\limits_{i=1}^{7}\beta_i^2\right) = \tfrac{1}{2} - \beta^2/2 \qquad (12). \end{array} \right.$$

В качестве уравнения замыкающего систему использовано уравнение (7/), связывающее кинетическую и потенциальную энергию точки.

Уравнения (12) являются обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка относительно обобщённых пространственных координат. Общее количество уравнений (12) равно числу материальных точек пространства-времени, т.е. бесконечно.

В. Уравнения движения пространства-времени в форме Эйлера

В подходе Эйлера наблюдение ведётся за фиксированными в системе отчёта наблюдателя областями пространства. Переменными Эйлера являются координаты точки наблюдения. Через фиксированную точку, с течением времени, проходят различные частицы среды. Скорость среды в точке наблюдения отождествляется со значением скорости той частицы среды, которая в данный момент времени проходит через точку наблюдения.

В динамике сплошных сред существует стандартная процедура [7] стр.16, позволяющая получить уравнение движения в форме Эйлера из уравнений движения в форме Лагранжа. Для этого полную производную $d\beta / dt$ необходимо выразить через величины, относящиеся к неподвижным, в пространстве наблюдателя, областям пространства. Безразмерная скорость β есть сложная функция переменных но, упрощая задачу, мы не будем учитывать релятивистский закон сложения скоростей. Тогда используя формулу для вычисления полной производной от сложной функции, получим

$$\frac{d\beta_i}{dt} = \frac{\partial\beta_i}{\partial t} + \sum_{k=1}^{k=7} \frac{\partial\beta_i}{\partial y_k}\frac{dy_k}{dt} = \frac{\partial\beta_i}{\partial t} + \sum_{k=1}^{k=7} \frac{\partial\beta_i}{\partial y_k}\beta_k \quad (13).$$

где: i=1, 2, ... 7, а $dy_k / dt = \beta_k$.

Производная (13) называется субстанциональной производной. Изменение $d\beta_i$ скорости данной точки в течение времени dt складывается из двух частей. А именно из изменения скорости в данной точке пространства (локальная производная) в течение времени dt, и из разности скоростей (в один и тот же момент времени) в двух точках, разделённых расстоянием, пройденным рассматриваемой точкой в течение времени dt. Первая из этих частей равна $(\partial\beta_i / \partial t)dt$, где производная $\partial\beta_i / \partial t$ берётся при постоянных координатах, т.е. в заданной точке пространства. Вторая часть изменения скорости точки, связанная с пространственным перемещением (переносом−конвекцией) пропорциональна величине

$$\sum_{k=1}^{k=7} \frac{\partial\beta_i}{\partial y_k}\frac{dy_k}{dt} = \sum_{k=1}^{k=7} \frac{\partial\beta_i}{\partial y_k}\beta_k .$$

В гидродинамике эта часть изменения скорости называется конвективной производной. Уравнение движения пространства-времени в форме Эйлера получается из (12) после подстановки (13) т.е.

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{\partial\beta_i}{\partial t} = -\sum\limits_{k=1}^{k=7} \dfrac{\partial\beta_i}{\partial y_k}\beta_k - \dfrac{\partial U}{\partial y_i} = F_i \\ U = \dfrac{1}{2}\left(1 - \sum\limits_{i=1}^{7}\beta_i^2\right) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\beta^2}{2} \end{array}\right. \quad (i=1, 2,\dots 7) \quad (14).$$

В (14) можно "исключить" из рассмотрения потенциальную энергию U тогда,

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{\partial\beta_i}{\partial t} = -\sum\limits_{k=1}^{k=7} \dfrac{\partial\beta_i}{\partial y_k}\beta_k + \dfrac{\partial}{\partial y_i}\dfrac{\beta^2}{2} = F_i \\ T = \beta^2 / 2 = \sum\limits_{i=1}^{7}\beta_i^2 / 2 \end{array}\right. \quad (i=1, 2,\dots 7) \quad (15).$$

где: F_i, - i-я проекция вектора суммарной силы F, перемещающей точку.

Уравнения (14), (15) являются уравнениями движения пространства-времени в форме Эйлера. Они описывают свойства слабых полей.

Первые семь уравнений из систем (14) и (15) мы будем называть уравнениями движения пространства-времени. Восьмое уравнение назовём уравнением энергии.

Уравнения (15) можно записать в векторной форме, используя алгебру векторов семимерного векторного пространства над телом действительных чисел [4]. В этой алгебре векторы и операторы имеют размерность семь.

$$\left|\begin{array}{l} \dfrac{\partial\beta}{\partial t} = -(\beta\,|\,\nabla)\beta + grad\ \beta^2 /2 \\ T = \beta^2 /2 = \frac{1}{2}(\beta\,|\,\beta) \end{array}\right. \qquad (16).$$

Уравнение движения пространства-времени допускает дальнейшие преобразования. Приведём одну из форм этого уравнения

$$\frac{\partial\beta}{\partial t} = [\beta\,|\,rot\ \beta] - [\beta\,|\,\nabla\,|\,\beta]\ ,$$

где: $[\beta\,|\,rot\ \beta]$ векторное произведение семимерных векторов β и $rot\ \beta$.

$[\beta\,|\,\nabla\,|\,\beta]$ – векторное произведение трёх семимерных векторов [4].

Если $[\beta\,|\,\nabla\,|\,\beta] = 0$, то действие разворачивается в трёхмерном векторном подпространстве. Существует также представление правой части уравнения движения (16) в виде сложных пространственных вихрей.

Г. Аналогия.

В данной работе рассматриваются уравнения в пространстве с размерностью семь, плюс время в виде параметра. Эти уравнения с некоторой степенью приближения аппроксимируют многомерные процессы в пространстве-времени. Однако уравнения аналогичные по форме и структуре рассматривает гидродинамика. Размерность пространства в гидродинамике равна три, плюс время в виде параметра. Уравнения Эйлера движения сплошной газообразной (жидкой) среды, в векторной форме могут быть записаны в виде [7] стр.16:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v\,|\,\nabla)v + \frac{1}{\rho} grad\ p = 0 \qquad (17)\ ,$$

где: v – вектор скорости в трёхмерном пространстве;

p, ρ – давление и плотность жидкости;

∇ – "набла", или оператор Гамильтона (трёхмерный);

(v|∇) скалярное произведение векторов v и ∇;

grad p – градиент давления (трёхмерный).

Уравнение (17), записанное в скалярной форме, будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\sum_{k=1}^{k=3} \frac{\partial v_i}{\partial y_k} v_k - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y_i} p \qquad (i=1,\ 2,\ 3) \quad (18).$$

Уравнение (18) очень похоже на уравнение (15). Если проводить аналогии, то уравнениям движения пространства-времени в форме (15) можно сопоставить уравнения движения несжимаемой жидкости. Для чего в (18) необходимо плотность принять постоянной величиной (ρ=1), а давление связать со скоростью среды уравнением состояния $p=-v^2/2$. Скорости движения жидкости v можно сопоставить скорость движения пространства–времени β. После этого получаются уравнения похожие на уравнения движения пространства-времени, но с меньшей размерностью.

Эти аналогии полезны т.к. несмотря на большую размерность пространства-времени, тип уравнений совпадает. Это гиперболические уравнения в частных производных. Приёмы решения подобных уравнений разработаны. А при определённых условиях, когда удаётся свести задачу к размерности не превосходящую три, можно воспользоваться готовыми численными алгоритмами и готовыми аналитическими решениями.

10. Уравнение энергии в дифференциальной форме.

Продифференцируем по времени уравнение энергии из системы (15). Т.к. $\partial\beta/\partial t=F$ то получается,

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial\left(\beta^2/2\right)}{\partial t}=\sum_{i=1}^{7}\beta_i\frac{\partial\beta_i}{\partial t}=\left(\beta\left|\frac{\partial\beta}{\partial t}\right.\right)=\left(\beta|F\right) \qquad (19).$$

Где: (β|F), – скалярное произведение векторов β и F; определяет работу, в единицу времени (мощность), суммарной силы F по направлению вектора скорости β.

Используя (15) и раскрывая (19) можно получить

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\left(\beta\left|\frac{\partial\beta}{\partial t}\right.\right)=-\left(\beta|(\beta|\nabla)\beta\right)+\tfrac{1}{2}\left(\beta|grad\ \beta^2\right) \qquad (20).$$

Уравнение (20), является уравнением энергии для точки пространства-времени в дифференциальной форме.

11. Уравнение неразрывности.

Введём в рассмотрение плотность полной энергии в точке ρ_H. Для этого выделим некоторый семимерный объём W_7 пространства-времени и определим плотность ρ_H следующим образом,

$$\rho_H=\frac{\Pi}{W_7}=\frac{\int\limits_{W_7} H\, dW_7}{W_7} \qquad \text{при } W_7\to 0,$$

где: H, - полная энергия точки;

$\Pi=\int\limits_{W_7} H\, dW_7$, - количество полной энергии в объёме W_7.

При стягивании объёма W_7 к некоторой точке, плотность полной энергии в этой точке совпадёт с полной энергией точки и будет равна ρ_H=H.

Рассмотрим объём W_7 ограниченный поверхностью σ. Через элемент этой поверхности dσ, за единицу времени протекает энергия $d\Pi = \rho_H(\beta|n)d\sigma$. Вектор n является внешней нормалью элемента dσ. Отсюда следует, что величина dП положительна, если среда вытекает из объёма, и отрицательна, если среда втекает в него.

Полная величина энергии среды, вытекающая из объёма W_7 за единицу времени, равна $\int\limits_{\sigma}\rho_H(\beta|n)d\sigma$, где интеграл берётся по всей поверхности σ, ограничивающей объём W_7.

Важной частью "основной гипотезы", указывающей на самодостаточность и замкнутость октавного пространства является утверждение

В октавном пространстве-времени отсутствуют источники и стоки, как самой среды, так и полной энергии, связанной с этой средой.

Учитывая отсутствие источников и стоков полной энергии, приравнивая изменение полной энергии среды в рассматриваемом объёме за единицу времени расходу энергии в единицу времени через поверхность σ, получим

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{W_7}\rho_H\, dW_7 + \int\limits_{\sigma}\rho_H(\beta|n)d\sigma = 0 \quad .$$

По теореме Остроградского-Гаусса интеграл по поверхности преобразуется в интеграл по объёму $\int\limits_{W_7}\underset{7}{div}\,(\rho_H\ \beta)\, dW_7$. В результате получается

$$\int\limits_{W_7}\left(\frac{\partial\rho_H}{\partial t} + \underset{7}{div}\ \rho_H\ \beta\right)dW_7 = 0.$$

Т.к. это выражение имеет место для любого произвольно заданного объёма W_7, то подынтегральное выражение должно равняться нулю, т.е.

$$\frac{\partial\rho_H}{\partial t} + \underset{7}{div}\,(\rho_H\beta) = \frac{\partial\rho_H}{\partial t} + \sum_{i=1}^{i=7}\rho_H\frac{\partial\beta_i}{\partial y_i} = 0 \qquad (21).$$

где: $\underset{7}{div}\ (\rho_H\beta)$, дивергенция вектора $\rho_H\beta$ определяет мощность

(обильность) источников (или стоков) в точке пространства L(7,1).

Полученное уравнение (21) является уравнением неразрывности течения полной энергии пространства-времени при малых скоростях движения среды.

Следствия из уравнения неразрывности.

1. Полная энергия точки совпадает со значением функции Гамильтона и при малых скоростях является постоянной величиной и явно не зависит от времени. Т.к. ρ_H=H=const то из уравнения неразрывности (21) следует

$$\underset{7}{div}\,\beta = \sum_{i=1}^{i=7} \frac{\partial \beta_i}{\partial y_i} = 0 \qquad (22).$$

Т.е. дивергенция скорости пространства-времени в любой точке рана нулю.

2. Уравнения движения (14), (15) показывают, что силовые поля порождают неравномерное движение пространства-времени, а неравномерное движение сопровождается появлением силовых полей. Т.е. нестационарные процессы в пространстве-времени существуют всегда. Поэтому продифференцируем по времени выражение (22) тогда с учётом (14), (15)

$$\underset{7}{div}\frac{\partial \beta}{\partial t} = \sum_{i=1}^{i=7} \frac{\partial}{\partial y_i}\left(\frac{\partial \beta_i}{\partial t}\right) = \sum_{i=1}^{i=7} \frac{\partial F_i}{\partial y_i} = \underset{7}{div} F = 0 \qquad (23).$$

При малых скоростях, дивергенция вектора суммарной силы F, действующей на точку, в любой точке октавного пространства-времени равна нулю.

Замечание.

При больших скоростях полная энергия увеличивается и начинает зависеть от скорости в соответствии с формулой (4), при этом точность приближения к формулам классической механики уменьшается. При больших скоростях уравнения движения, энергии и неразрывности должны видоизменится.

12. Силы в октавном пространстве-времени.

Из уравнения движения (16) следует, что ускорение каждой точки пространства-времени определяется некоторой силой перемещающей эту точку. Совокупность сил в пространстве мы будем называть силовым полем. В уравнениях движения присутствуют два проявления общего силового поля, связанные с различными членами общего уравнения. Это электромагнетизм и гравитация с векторным и скалярным механизмом создания сил в пространстве-времени.

- Электромагнитная составляющая определяется конвекцией и появляется как результат существования ***векторного поля*** в пространстве-времени. Эта поле возникает из-за различий величин и направлений векторов скоростей соседних точек пространства-времени. Ускорение точки от этих сил определяется зависимостью

$$\left(\partial \beta / \partial t\right)_{ЭМ} = -(\beta \mid \nabla)\beta = F_{ЭМ} \qquad (24).$$

Эту составляющую общего поля будем называть электромагнитным полем, а силу $F_{ЭМ}$ назовём электромагнитной силой.

- Гравитационная составляющая зависит от разного течения времени в соседних точках пространства-времени. Различие возникает из-за разной кинетической энергии соседних точек пространства-времени. Т.к. кинетическая энергия T является скалярной величиной, то можно говорить, что гравитация возникает как результат существования ***скалярного поля*** в пространстве-времени.

$$\left(\partial \beta / \partial t\right)_{Г} = -\tfrac{1}{2} grad\left(ds/dt\right)^2 = grad\ T = F_{Г} \qquad (25).$$

Силу $F_Г$, создающую ускорение, назовём гравитационной силой, а силовое поле назовём гравитационным полем.

Суммарное ускорение в точке пространства-времени равно сумме воздействий от векторного электромагнитного поля и скалярного гравитационного поля т.е.

$$\partial\beta/\partial t = (\partial\beta/\partial t)_{ЭМ} + (\partial\beta/\partial t)_{Г} = F_{ЭМ} + F_{Г} \qquad (26).$$

Как показывает анализ правых частей уравнений (15), они содержат некоторые одинаковые компоненты общего поля. Поэтому сделать равными нулю уравнения (24) или (25) по отдельности во всём пространстве, по-видимому, невозможно. Т.е. электромагнитное поле и гравитационное поле являются составляющими общего поля. Это очень похоже на идею Калуцы [3] о существовании универсального поля.

13. Гравитация.

Пусть в некоторой области пространства электромагнитная (конвективная) составляющая мала в сравнении с гравитационной составляющей поля. Тогда, для этой области, уравнение движения пространства–времени может быть записано в виде

$$(\partial\beta/\partial t)_{Г} = -\,grad\ U = grad\ T = grad\ \beta^2/2 = F_{Г} \qquad (27).$$

Это уравнение позволяет описать слабое гравитационное поле в пространстве-времени, на удалении от источников поля.

Проведём краткий анализ полученного уравнения (27).

- Уравнение слабого гравитационного поля (27) позволяет считать такое гравитационное поле потенциальным.
- В спокойном пространстве, где нет движения среды, величина потенциальной энергии точки максимальна. При движении среды, величина кинетической энергии точки увеличивается, а величина потенциальной энергии точки уменьшается. Таким образом, если по некоторой координате y мы имеем уменьшение потенциальной энергии U, т.е. градиент dU/dy отрицателен, как это изображено на рис. 4, то сила гравитации, а также ускорение точки, в соответствии с уравнением (27), направлены в сторону уменьшения потенциальной энергии. Т.е. в сторону точек пространства с замедленным темпом времени.

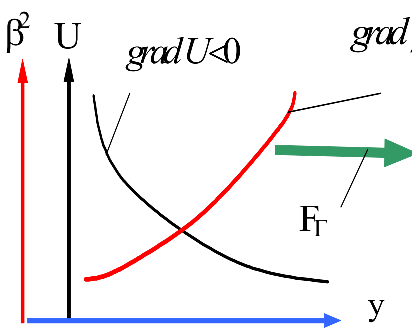

рис.4

- Уменьшение потенциальной энергии сопровождается увеличением кинетической энергии и увеличением скорости движения точек пространства-времени, т.к. сумма этих двух энергий постоянна. И в результате оказывается, что сила гравитации направлена в сторону возрастания квадрата полной скорости. Т.е. точка пространства как бы увлекается, стремится в область с высокой скоростью движения среды рис.4.

Выделим в октавном пространстве-времени ассоциативное подпространство, имеющее три визуально воспринимаемых нами пространственных измерения, а также время. Это подпространство является некоторым сечением общего "восьмимерного" октавного пространства. Назовём это подпространство, ***подпространством частного наблюдателя***. Частный наблюдатель в своём подпространстве может не отмечать интенсивных движений среды. Однако движения, с большими скоростями, в том числе близкими к предельной, возможны в направлении ортогональном трёхмерному подпространству наблюдателя. Такие области будут обладать повышенной кинетической энергией T. Эта ситуация показана на рис.5. На этом рисунке показаны возможные траектории движения точек пространства в направлении области пространства с высокой кинетической энергией T.

Таким образом, если есть область пространства с повышенным уровнем кинетической энергии в сравнении с окружающим пространством, то имеется градиент квадрата полной скорости, а значит, существует сила в направлении этой области. Частный наблюдатель будет отмечать протяжённое в своём трёхмерном подпространстве силовое поле, которое он может назвать гравитационным полем.

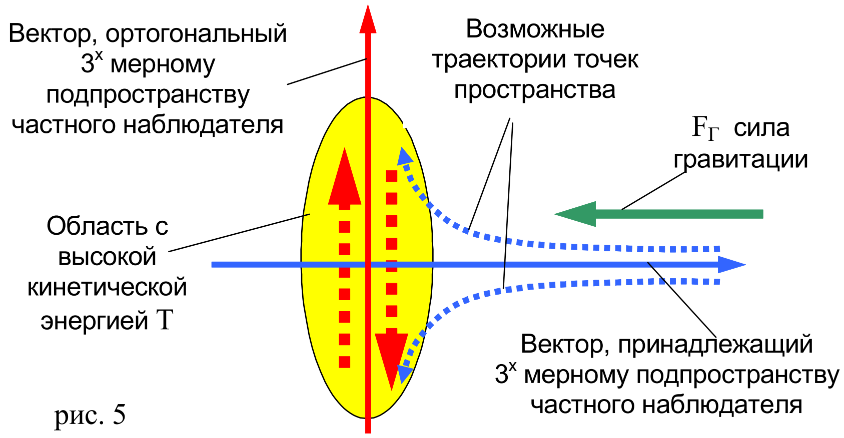

рис. 5

Другое сечение рассматриваемого процесса изображено на рис.6. Показан фрагмент плоскости, из трёхмерной области подпространства частного наблюдателя. Эта плоскость совпадает с плоскостью чертежа рис.6.

Пусть существует движение пространства-времени ортогональное к подпространству частного наблюдателя. Тогда это ортогональное движение будет ортогональным плоскости чертежа. Причём неважно, в каком направлении происходит это ортогональное движение на нас или от нас. В любом случае в этой области сосредоточено некоторое количество кинетической энергии T, и возникающая при этом сила направлена в сторону этого скопления.

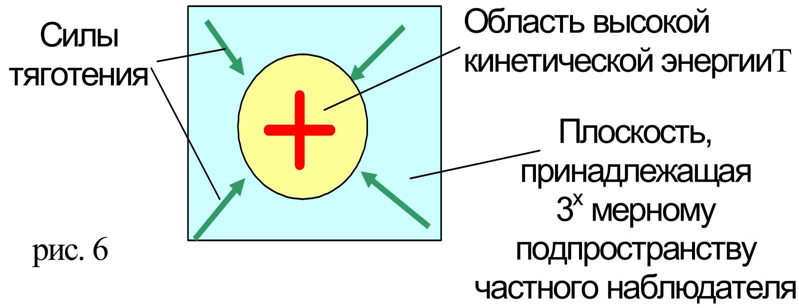

рис. 6

В качестве примера, иллюстрирующего причины определённого направления силы гравитации, рассмотрим одномодальное распределение энергии $T(x)=\sum_{i=1}^{7}\beta_i^2/2=\beta^2/2$ по координате x рис.7. Этому распределению энергии соответствует некоторое распределение скоростей среды в направлении x и в направлении ортогональном направлению x. При этом вне зависимости от направления вектора скорости, в данной точке, энергия всегда положительная действительная величина.

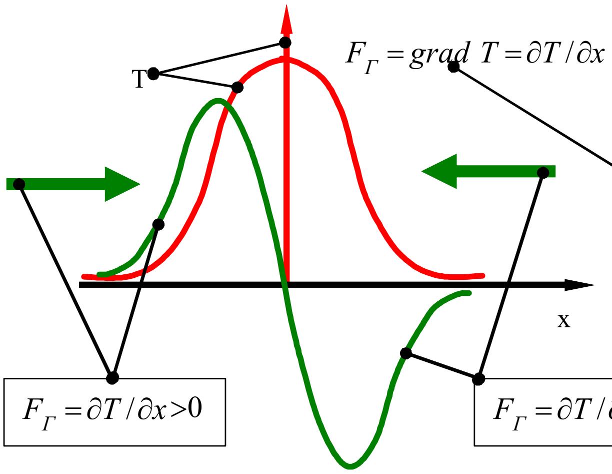

рис.7.

Как следует из рисунка, для рассмотренной симметричной зависимости $T(x)$, градиент $F_Г = \partial T/\partial x$ при подходе слева положителен, а затем переходит через ноль и становится отрицательным. Соответственно сила гравитации $F_Г$ при приближении слева к зоне с повышенной кинетической энергией первоначально является положительной величиной, а затем переходит через ноль и становится отрицательной. Но в любом случае сила гравитации направлена на зону с повышенной кинетической энергией.

Если связать движение пространства-времени с энергией наблюдаемой материи, с массами отдельных частиц и массивных тел, являющихся скоплением многих частиц, то можно говорить о гравитационном поле создаваемом материей.

Таким образом, гравитационная составляющая общего поля связана с неравномерностью течения времени в различных точках пространства-времени. При этом сила гравитации направлена в сторону с замедленным течением времени. В свою очередь различие течения времени в соседних точках пространства вызывается неравномерным движением пространства-времени.

Гравитационное красное смещение.

Уравнение (27) позволяет вычислить неравномерность хода часов в гравитационном поле. Т.к. гравитационное поле характеризуется некоторым ускорением (стандартное значение для поверхности земли g=9,80665 м/сек^2), то можно вычислить отставание часов установленных на поверхности земли от таких же часов, но установленных выше.

Это явление описано в 1907 году [11] Эйнштейном, и носит название гравитационного красного смещения.

Пусть мы перемещаемся от точки с координатой $\mathbf{y_1}$, расположенной у поверхности земли к точке с координатой $\mathbf{y_2}$, расположенной выше. И пусть ускорение свободного падения g направлено, как показано на рис.8, и мало меняется на интервале от $\mathbf{y_1}$ до $\mathbf{y_2}$. Считая, что по остальным направлениям пространства-времени изменений не происходит, можно вычислить изменение хода времени по

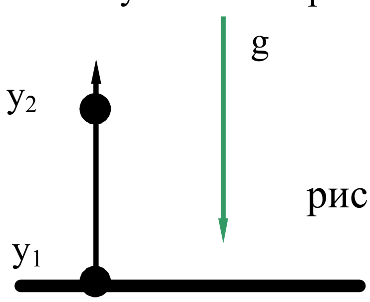

рис.8

координате y, вдоль которой существует изменение потенциальной энергии U. В обозначенном частном случае уравнения гравитационного поля запишутся в форме

$$\beta_y / \partial t = a_y = -\,\partial U / \partial y \qquad \text{где} \qquad U = \tfrac{1}{2}\left(\partial s / dt\right)^2 \qquad (28).$$

где: a_y , – текущее ускорение вдоль координаты y;

s, – текущее собственное время в точке по координате y;

t – собственное время в точке с координатой y_1.

Производя интегрирование (28) получим:

$$\int_{y_1}^{y_2} a_y dy = -\left(U_2 - U_1\right) = -\tfrac{1}{2}\left(\left(ds_2/dt\right)^2 - \left(ds_1/dt\right)^2\right) = \qquad (29).$$

$$= -\tfrac{1}{2}\left(\left(ds_2/dt\right) + \left(ds_1/dt\right)\right)\cdot\left(\left(ds_2/dt\right) - \left(ds_1/dt\right)\right) \approx a\ (y_2 - y_1)$$

При малом изменении ускорения a_y**,** согласно теореме о среднем значении, можно получить, $\int_{y_1}^{y_2} a_y\ dy \approx a(y_2 - y_1) = al$. Изменение темпа времени на отрезке $y_2 - y_1 = l$ тоже невелико, поэтому средняя величина относительного изменения темпа времени очень близка к единице т.е.

$$\tfrac{1}{2}\left((ds_2/dt) + (ds_1/dt)\right) \approx 1 .$$

В точке, с координатой $\mathbf{y_1}$, темп течения времени наблюдателя совпадает с текущим темпом времени, т.е. $\mathbf{ds_1=dt}$ и тогда $(ds_1/dt) = 1$.

После подстановок и перехода к конечным разностям выражение (29) может быть преобразовано к виду

$$\Delta s_2 = (1 - ah)\ \Delta t \qquad (30).$$

В случае, когда текущее ускорение отрицательно (т.е. $a = -g$) мы получим что $\Delta s_2 = (1 + gl)\ \Delta t$. Из этой формулы следует: интервал времени, между двумя событиями, по часам установленным высоко над поверхностью земли, больше интервала времени таких же часов, но установленных на поверхности земли. Т.е. часы на поверхности земли идут медленнее.

Если ввести гравитационный потенциал в виде $\Phi = -al$, то выражение (30) с точностью до обозначений совпадёт с формулой Эйнштейна [11].

Замечание.

1. Материал данной работы, обнаруживает физические причины появления гравитации и прямо **указывает на знак гравитационной силы.**

В тоже время в общей теории относительности, при описании гравитации, имеются как успехи, так и ограничения этой теории. Паули [8] стр.230 отмечает:

> *"То обстоятельство, что общая теория относительности на основании очень общих постулатов без дальнейших гипотез приводит к закону тяготения Ньютона, является её большим успехом".*

И далее:

> *"Таким образом, общая теория относительности не даёт никакого физического истолкования знака (т.е. гравитационного притяжения, а не отталкивания) и величины гравитационной постоянной; эти данные теория берёт из опыта"*.

2. Уравнения движения (14), (15) допускают, что в пространстве-времени часть тяготеющей массы распределена и существует в виде движения с малыми скоростями обширных областей пространства-времени. Т.е. не вся тяготеющая масса сосредоточена в виде компактных образований (частиц, планет, галактик). Обнаружить распределённые движения пространства-времени можно по присутствию "неучтённых" сил тяготения. Есть вероятность, что обсуждаемая в настоящее время "тёмная энергия" связана со скалярным полем кинетической энергии, движущегося пространства-времени.

14. Точечный источник поля в трёхмерном подпространстве.

"Основная гипотеза" утверждающая, что пространство-время это бесконечная непрерывная среда, геометрия и свойства которой определяются алгеброй октав, не содержит упоминания о массах и электрических зарядах как о самостоятельных сущностях. Для "восьмимерного" октавного пространства-времени понятия массы и электрического заряда, как самостоятельные, не нужны. Однако на практике, в своём трёхмерном подпространстве мы такие объекты обнаруживаем. Массы и электрические заряды, наблюдаемые нами, являются компактными источниками силового поля. Простейший компактный источник поля в трёхмерном пространстве это точечный источник. Понятие точечного источника это идеализация наблюдаемых процессов. В качестве точечного источника некоторого поля может быть рассмотрен, например, как электрон, так и солнце. Всё зависит от того, насколько мал источник поля в сравнении с расстояниями, на которых изучается поле источника.

Мы аппроксимировали "восьмимерное" октавное пространство-время модельным семимерным пространством L(7,1) и временем в качестве параметра. В этой упрощённой модели подпространству частного наблюдателя соответствует трёхмерное подпространство L(3,1) и приборное время в качестве параметра. Покажем как в трёхмерном подпространстве частного наблюдателя, появляются источники поля, которые при некоторых предположениях могут рассматриваться как точечные.

В пространстве L(7,1) отсутствуют источники и стоки, и для слабых полей в приближении несжимаемой жидкости показано, что дивергенция вектора силы равна нулю т.е.

$$\underset{7}{div}F=\sum_{i=1}^{i=7}\frac{\partial F_i}{\partial y_i}=0 \quad (23^{/}).$$

Выделим из выражения $(23^{/})$ часть дивергенции вектора силы принадлежащей подпространству частного наблюдателя. Для этого введём обозначения:

$\underset{3}{div}\ F=\sum_{i=1}^{i=3}\frac{\partial F_i}{\partial y_i}$, - составляющая дивергенции вектора суммарной силы F в "трёхмерном" подпространстве частного наблюдателя L(3,1);

$q=\sum\limits_{i=4}^{i=7}\frac{\partial F_i}{\partial y_i}$, - мощность (обильность) источников (или стоков) в точке

пространства L(3,1); дивергенция вектора суммарной силы F в "дополнительном подпространстве", ортогональном к трёхмерному подпространству частного наблюдателя.

С учётом принятых обозначений из (23$'$) следует

$$\underset{7}{divF}=\sum_{i=1}^{i=7}\frac{\partial F_i}{\partial y_i}=\sum_{i=1}^{i=3}\frac{\partial F_i}{\partial y_i}+\sum_{i=4}^{i=7}\frac{\partial F_i}{\partial y_i}=\underset{3}{divF}+q=0 \quad (31).$$

С точки зрения частного наблюдателя из трёхмерного подпространства L(3,1) скаляр q, в зависимости от знака, может трактоваться как источник или сток поля. В точках, где $q\neq0$, поле вектора F как бы втекает (вытекает) в подпространство частного наблюдателя. При этом формулой (31) определяется силовое поле от источника (стока), существующего в некоторой точке трёхмерного подпространства частного наблюдателя.

Для определения поля вектора F в трёхмерном подпространстве частного наблюдателя, рассмотрим некоторый объём в этом трёхмерном подпространстве, ограниченный сферой радиуса r с суммарной поверхностью S_r. Внутри этой сферы существует область, содержащая источники (стоки) силового поля рис.9. Множество элементарных источников ограничено сферой радиуса R с суммарной поверхностью S_R и объёмом W_R.

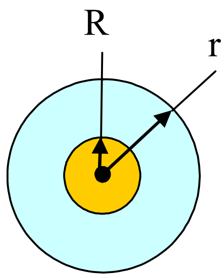

рис 9

В соответствии с теоремой Остроградского-Гаусса для потока вектора силы F, учитывая (31), можно записать

$$\iiint\limits_{W_R}\underset{3}{divF}\,dW_R=\iint\limits_{S_R}(F|n)dS_R=-\iiint\limits_{W_R}qdW_R=-Q \quad (32).$$

где n,- вектор внешней нормали к элементу поверхности;

$Q=\iiint\limits_{W_R}qdW$, - поток вектора силы F через поверхность S_R.

В области заключённой между S_R и S_r источники (стоки) отсутствуют и в этой области $\underset{3}{div}\,F=0$, поэтому

$$\iint\limits_{S_r}(F_r|n)dS_r+\iint\limits_{S_R}(F_R|n)dS_R=0 \quad (33).$$

Рассмотрим поле вектора F имеющее сферическую симметрию. Для такого поля вектор силы постоянен в любой точке сферы S_r (и S_R) и совпадает с нормалью n к поверхности сферы, поэтому из (32) и (33) следует

$$f_r\,S_r+\iint\limits_{S_R}(F_R|n)dS_R=f_R4\pi r^2-Q=0 \quad (34),$$

где: f_r, - (скаляр) проекция силы F_r на нормаль n к поверхности сферы S_r, при этом $f_r = (F_r | n)$, а также $F_r = f_r n$,

Учитывая, что вектор сил F_r направлен по нормали n к поверхности сферы S_r и решая (34) относительно суммарной силы f_r, получим зависимость силы от расстояния в подпространстве частного наблюдателя

$$f_r = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad \text{или} \quad F_r = \frac{Q\vec{r}}{4\pi r^3} \quad (35).$$

Из (35) видно, что сила от точечного источника, в подпространстве частного наблюдателя, изменяется от расстояния по закону обратных квадратов.

Сила F является суммой воздействий от электромагнитного и гравитационного поля $F = F_{ЭМ} + F_{Г}$. При этом в областях пространства, где одна из составляющих существенно больше другой для большей составляющей будут справедливы приближённые равенства

$$\underset{7}{div}\, F_{ЭМ} = 0, \quad \text{или} \quad \underset{7}{div}\, F_{Г} = 0.$$

Соответственно все результаты, полученные для точечного источника поля, будут справедливы как для электромагнитного поля, так и для гравитационного поля. Т.е. изменение силы по закону обратных квадратов является общим правилом для этих полей. Однако имеются различия.

Для электромагнитных сил существуют как источники, так и стоки поля, Соответственно определены как положительные, так и отрицательные заряды.

Гравитационную силу мы определяем только как силу притяжения. Причина этого в том, что области с повышенной кинетической энергией, которые мы отождествляем с массами, являются областями, в направлении которых действует сила гравитации. Области пространства с малой плотностью кинетической энергии идентифицируются нами как разреженное или пустое пространство. И мы не связываем эти пустые области, с какими либо объектами и проявлениями силы гравитации. Поэтому гравитационную силу мы определяем для тяжёлых масс только как силу притяжения к этим массам.

15. Электрические заряды.

В электростатике для описания сил электростатического поля выражение (35) используется непосредственно т.е.

$$F_{ЭМ} = \frac{Q_Э}{4\pi r^2} \quad (36).$$

где: $F_{ЭМ}$, - сила электростатического поля действующая на единичный пробный заряд, находящийся на расстоянии R от точечного источника;

$Q_Э$ – электростатический заряд; источникам соответствуют положительные заряды, а стокам отрицательные заряды.

Дальнейшее развитие формулы (36) приводит к закону Кулона.

16. Тяжёлая масса.

Для описания сил гравитационного поля используется понятие тяжёлой массы. Вместе с массой вводится некоторый постоянный множитель (гравитационная постоянная), определённый выбором системы единиц. Можно определить массу как

$$M = \frac{Q_\Gamma}{G4\pi}, \quad \text{тогда из (35) следует} \quad F_\Gamma = G\frac{M}{r^2} \quad (37).$$

где: G,- гравитационная постоянная (зависит от выбора системы единиц);

$Q_Г$, - поток вектора гравитационной силы $F_Г$ через замкнутую поверхность,

$F_Г$, - сила гравитации действующая на единичную пробную массу, находящуюся на расстоянии R от точечного источника;

Дальнейшее рассмотрение формулы (37) приводит к закону тяготения Ньютона.

Заключение.

В данной работе рассмотрена гипотеза, утверждающая, что пространство-время это непрерывная движущаяся среда, свойства которой определяются алгеброй октав. Эта гипотеза без введения, каких либо дополнительных предположений относительно свойств пространства-времени, позволила аналитически получить:

- метрические свойства пространства-времени [5];
- формулы L–движений аналогичные преобразованиям Лоренца [5];
- закон о постоянстве предельной скорости (скорости света) при L–движениях во всех допустимых системах отсчёта [5];
- объяснение наблюдаемой "трёхмерности" пространства [5];
- известные геометрические эффекты СТО [5];
- объяснение существования волн де Бройля, как проявления эффекта Доплера в октавном МП [5];
- релятивистскую функцию Лагранжа для точки октавного МП;
- функции Лагранжа и Гамильтона для малых скоростей движения среды;
- уравнения движения, энергии и неразрывности пространства-времени, справедливые для слабых полей;
- уравнения слабого гравитационного поля;
- уравнения слабого электромагнитного поля;
- объяснение происхождения (скалярного) гравитационного и (векторного) электромагнитного поля в пространстве-времени;
- объяснение происхождения точечных источников поля (тяжёлой массы и электрических зарядов), силы от которых подчиняется закону обратных квадратов расстояния.

Полученные положительные результаты позволяют надеяться на дальнейшее развитие следствий из "основной гипотезы", которая постулирует свойства октавного пространства-времени.

Литература.

1. Klein F. "Uber die geometrische Grundlagen der Lorentzgrupp", Mai 1910. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 1910, pp 281–300.
2. Визгин В.П. "Единые теории поля в первой трети XX века" М.," Наука" ФМ, 1985.
3. Калуца Т. "К проблеме единства физики". В сборнике "Альберт Эйнштейн и теория гравитации" М. Мир, 1979, с. 529-534.
4. Коротков А.В. "Элементы семимерного векторного исчисления. Алгебра. Геометрия. Теория поля" Новочеркасск, Набла, 1996г.
5. Кубышкин Е.И. "Нелинейная алгебра пространства–времени" М.,"УРСС", 2009.
6. Кубышкин Е.И. "Пространство–время и кватернионы" 2010г. http://www.chronos.msu.ru
7. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц "Гидродинамика". М, "Наука" ФМ, 1986г.
8. Паули В. "Теория относительности" Пер. с нем. , М, "Наука" ФМ, 1983.
9. Сазанов А.А. "Четырёхмерный мир Минковского". М, "Наука" ФМ, 1988.
10. Эйнштейн А. "К электродинамике движущихся тел" Собрание научных трудов: В 4т. Под ред. Тамма И. Е. М, "Наука", 1965. – Т.1. стр. 7
11. Эйнштейн А. "О принципе относительности и его следствиях" Собрание научных трудов: В 4т. Под ред. Тамма И. Е. М, "Наука", 1965. – Т.1. стр. 110
12. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. М.: Наука,1965. Т. 2, стр. 243.