# Лекция 1

# СИЛЫ, КАК ПОТОКИ ИМПУЛЬСА

Принято говорить: «Действует сила», — когда некоторое тело испытывает ускорение (положительное или отрицательное). Когда ускоряется сплошная среда, причину этого приписывают напряжениям, которые существуют в этой среде. При наличии сил и напряжений тела и среды могут деформироваться и по деформациям, так же как и по ускорениям, выносятся суждения о величине и направлении действия сосредоточенных и распределенных сил. Силы принято сортировать по причинам, вызывающим их появление (сила гравитации, силы упругости, силы трения и т.п.). Количество разновидностей сил велико. Однако, независимо от так называемого вида сил, действие сил любого вида очевидным образом сводится, в конечном счете, к одному и тому же — к изменению количества движения какого-то объекта. Силы по своей размерности являются потоками количества движения, т. е. количеством движения, притекающим за единицу времени. Напряжения —- плотность потока количества движения, т. е. поток количества движения, приходящийся на единичную площадку. В случае, так называемой, статики наблюдается взаимное сокращение действия сил: выполняются уравнения равновесия, в которых равноправно участвуют все виды сил, независимо от их происхождения. Последнее обстоятельство является дополнительным аргументом в пользу мнения, что все виды сил являются проявлением единой природной сущности, и эта сущность — поток количества движения, который способен течь, оставаясь невидимым для наблюдателя с макроуровня, и в неподвижном материале, и в движущемся. При этом течение потоков импульса (сил и напряжений) происходит вне связи с видимым движением нагруженного тела или напряженной среды. Взаимодействие видимой и невидимой форм движения традиционно описывается законами Ньютона.

Ничто не мешает не просто считать силы величинами указанной размерности, но считать их по своему природному содержанию потоками количества движения. Принимая такую точку зрения, следует найти и указать природные механизмы, которые обеспечивают (в смысле — предоставляют возможность) для течения импульса сквозь среду (сквозь тело). Кроме того, следует объяснить и природное содержание понятия «работа силы».

Очень простая картина получается, если заострить внимание и придать физическую зна́чимость тому обстоятельству, что потоки импульса текут «сквозь» среду или тело. Потоки импульса (силы, как мы их называем) обнаруживают при этом существование собственной энергии и собственной массы, являющейся проявлением этой энергии, в соответствии с принципами теории относительности.

На обсуждение выносится предположение о том, что так называемые «поверхностные силы», подчиняясь закону сохранения импульса, в то же время являются формами существования отнесенной к единице объема внутренней энергии (т. е. ее плотности) тел или сред. По своей сути — это энергия движения внутренних для тела (среды) переносчиков импульса. Статические виды равновесия не существуют, всякое равновесие является динамическим равновесием. Плотность энергии переносчиков импульса, участвующих в напряженном состоянии, имеет наименование «поверхностных сил». Таким образом, (внешне) статическое состояние поддерживается на микроуровне потоками количества движения каких-то переносчиков. Эти потоки текут и тогда, когда макродвижение отсутствует. Есть только напряженное состояние. Если же напряженное тело (среда) пересекает контрольную поверхность, энергия носителей переносчиков импульса, плотность которой мы называем напряжениями, перемещается вместе с телом (средой). При этом на макроуровне регистрируется работа. Работа, равная произведению силы на перемещение, по физическому содержанию является перемещенным количеством энергии, принадлежащей механизму, который создает образ силы для наблюдателя с макроуровня.

Хорошо известен один из примеров совпадения такого рода. Это — случай с поверхностным натяжением, которое имеет две, по своей сущности совпадающие, размерности [Н/м] и [Дж/м$^2$]. В первом своем обличии это сила поверхностного натяжения (сила, приходящаяся на единицу длины разреза, т. е. линейная плотность распределения силы), а во втором — количество энергии, потребной для создания единицы поверхности, стягиваемой поверхностным натяжением, т. е. поверхностная плотность поверхностной энергии.

Совершаемая при создании единицы поверхности силой поверхностного натяжения работа равна, с одной стороны, работе этой силы на единичном перемещении, а, с другой стороны, заключается в натягивании поверхностной пленки с известной поверхностной энергией на вновь создаваемую единицу поверхности жидкости.

Другие случаи подобного совпадения почему-то, что называется, «в упор не видны». Причиной такого явления служит то обстоятельство, что энергию принято относить к единице массы (или молю — иного характера единице массы), в то время, как энергия напряжений существует, как энергия, приписываемая объему. Для того, чтобы обнаружить иллюстрации к вышесказанному, вполне достаточно посмотреть, например, на уравнения механики сплошной среды в эйлеровых переменных, в которых содержание всех величин приписывается именно объему. В частности, удельная внутренняя энергия среды $e$ в них всегда входит в произведении с ее плотностью $\rho$. Обратим внимание на то, что произведение $\epsilon = \rho e$ представляет собой именно объемную плотность внутренней энергии. То же замечание относится к объемной плотности кинетической энергии сплошной среды $\kappa = \rho v^2/2$.

Если рассмотреть стационарное течение невязкого газа по трубке с единичным сечением [1], то за единицу времени контрольное (например, входное) сечение пересечет объем, численно равный скорости потока $v$. В этом объеме будет перенесена энергия внутренняя и кинетическая в количестве $v\,(\epsilon + \kappa)$. Кроме того, при течении газа совершается работа задними (толкающими) объемами над передними (проталкиваемыми). Эта работа тоже пересекает контрольное сечение, ее мощность равна $pv$, где $p$ — и давление газа, и осевая сила, направленная вдоль потока с единичным сечением. За единицу времени работа составит $pv$. Таким образом полный перенос энергии через контрольное сечение за единицу времени составит $v\,(\epsilon + \kappa + p)$. В этой форме очевидно, что нет никаких формальных помех возможности считать $p$ особым видом объемной энергии, по меньшей мере, равноправной с энергией внутренней и кинетической. В привычной форме потока полной энтальпии, которую можно получить, вынеся за скобки плотность $\rho v\,(e + v^2 + p/\rho)$ это

[1] Единичное сечение удобно при сопоставлении газового потока с твердым стержнем, потому что линейная плотность такого потока численно совпадает с объемной плотностью текущего в потоке газа.

обстоятельство незаметно.

Владение основами кинетической теории газов позволяет понять количественную сторону дела. Если выбрать в качестве модели одноатомный газ со сферически симметричными молекулами, который находится в равновесии, обладая при этом максвелловским распределением скоростей молекул относительно собственного центра массы, то основные параметры состояния этого газа получаются интегрированием, поскольку выражаются через моменты функции распределения. Максвелловская функция распределения представляет собой нормальное распределение в любом из направлений, поэтому интегрирование несложно, его можно довести до элементарных функций и интеграла ошибок.

Температура получается, когда суммируется кинетическая энергия отдельных молекул. Через компоненты $u, v, w$ скорости кинетическая энергия каждой единицы массы молекул выражается аддитивно $u^2/2+v^2/2+w^2/2$. Интегралы от каждого из трех слагаемых, взятые с максвелловской функцией распределения в качестве весовой, равны между собой и составляют по $\mathbf{R}T/2$. Итого, тепловая составляющая внутренней энергии составляет $3\mathbf{R}T/2$. Отсюда теплоемкость при постоянном объеме $C_v = 3\mathbf{R}/2$.

Теперь рассмотрим перенос импульса. Если молекула имеет только одну составляющую скорости $u$, то вклад единицы ее массы в поток импульса в этом направлении получается интегрированием величины $u^2$. При этом значение соответствующего интеграла оказывается равным $\mathbf{R}T$. Но направления равноправны, поэтому в каждом из них перенос импульса такой же. Значит, давление газа в равновесии образует шаровой тензор: по нормали к любой площадке действует напряжение $p = \rho\mathbf{R}T$. Видно, что давление и температура получаются из одних и тех же моментов функции распределения, прямо пропорциональны, температура, являясь мерой внутренней энергии, при пересчете на единицу объема приобретает размерность, с точностью до размерной константы, одинаковую с давлением.

Механизм переноса импульса весьма любопытен. При том, что поток импульса не зависит от направления движения молекулы, от этого направления зависит расположение досягаемых для молекулы мест, куда она может донести свою долю потока импульса. В равновесии, количество молекул, имеющих некоторую составляющую скорости положительной, и молекул, имеющих ту же составляющую отрицательной, равно. Поэтому давление $p$ на стенках делится пополам: половина обеспечивается импульсом падающих молекул, другая половина — импульсом реактивным, получаемым от тех молекул, которые от этой стенки, уходя, отталкиваются. Газ может оказать давление на стенку только при наличии стенки, оно осуществляется полуупорядоченной составляющей совершенно хаотичной (гауссовой) функции распределения. На стенке распределение молекул по скоростям автоматически разделяется на потоки падающий и отраженный. Когда объем газа ограничен неподвижными стенками, подогрев газа выявляет теплоемкость $C_v = 3\mathbf{R}/2$, этот подогрев пополняет энергию всего распределения, в том числе и его полуупорядоченную характеристику — давление (запас объемной энергии-давления тоже пополняется). Если стенки не жесткие, а поддерживают своим сопротивлением определенный уровень давления, подогрев газа сопровождается его расширением, энергия-давление заполняет новые объемы, при этом наблюдается теплоемкость при постоянном давлении $C_p$. Эта теплоемкость превышает $C_v$ на величину $p\,\partial(1/\rho)/\partial T$ при фиксированном $p$, которая равна $\mathbf{R}$. Получено правило Майера для совершенных газов.

При сближении стенок энергия вытесняется внутрь газа, концентрируется, идущие от стенок молекулы имеют импульс и энергию увеличенными по сравнению с падающими. Температура повышается.

При стационарном проталкивании газового столбика по прямой цилиндрической трубке без трения энергия-давление перемещается вместе с ним, а мы регистрируем поток работы от заднего конца столбика к его переднему концу.

В газе кинетическая теория позволила выявить макроскопически незаметные носители импульса. Они оказались теми же самыми молекулами, которые носят свою как кинетическую, так и внутреннюю энергию. По совместительству, они же носят на себе импульс от стенки и до стенки. Стенки с помощью газа давят друг на друга, создавая эту «поверхностную» силу. В твердом теле тоже есть механизм, который способен переносить на себе потоки импульса. Но в отличие от газа, в твердом теле этот механизм является отдельным.

I. Силы сжатия

I.1 Сила. Потоки импульса при отсутствии макродвижения.

В механике употребляется понятие «импульс силы» [23]. Когда к телу приложена постоянная сила, импульс силы определяется, как произведение этой силы на продолжительность ее действия[2]. Вместе с тем, понятие «импульс» имеет синоним «количество движения».

Совпадение терминов восходит ко второму закону движения в формулировке Ньютона[3]: «Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует». Таким образом, изменение импульса тела равно импульсу приложенной к этому телу силы. Значит, второй закон можно прочесть, как утверждение о существовании эквивалентности сил и потоков импульса.

**Покажем, что по поводу одного и того же явления** можно сказать либо «сила», либо «поток количества движения», исходя всего лишь из способа наблюдения этого явления.

Возьмем жесткий прямой стержень с линейной плотностью $\rho$ и статически нагрузим его продольной сжимающей силой. Сжимающее усилие $Q$ в стержне существует в виде напряжений, главный вектор которых на каждом поперечном сечении одинаков.

Возьмем трубку с закрытыми концами, площадь которых равна $S$, а боковые стенки состоят из тонких жестких телескопически вдвигающихся друг в друга без трения цилиндрических трубочек. Накачаем в нее газ под давлением $p$. Стенки будут удерживать газ от разлета в радиальном направлении, но продольное расталкивающее усилие, величина которого равна $pS$ и которое действует вдоль оси трубки, в этой конструкции сдерживаться ничем не будет. Поэтому, для поддержания трубки в стационарном состоянии, к ее концам следует приложить сжимающие усилия, величина которых равна $pS$. Подберем давление таким, чтобы $pS = Q$.

Наблюдатель, который не знает, о том, что в трубке находится газ, может предположить, что в ней располагается такой же стержень, который нагружен тем же сжимающим усилием $Q$. А специалист по механике сплошной среды (МСС) увидит на поперечных сечениях в газе нормальные напряжения $p$, главный вектор которых имеет модуль $Q$. Но наблюдатель, осведомленный в кинетической теории газов, будет знать, что никаких усилий внутри этой трубки нет. Перенос импульса в ней происходит не в виде действующей силы (напряжений), а в виде количества движения отдельных молекул. При этом совершенно безразлично, существуют ли в этом газе столкновения, потому что суммарное количество движения сталкивающихся молекул принадлежит к сумматорным инвариантам столкновений. В приведенном примере для различения носителя потока импульса (является ли

[2]Если сила изменяется во время ее приложения, произведение заменяется на интеграл по времени.

[3]цитируется по [41]

он силой — главным вектором, создаваемым на перпендикулярной к оси трубки площадке давлением, или это суммарный поток количества движения, пересекающий площадку) требуется некоторый минимальный уровень знаний.

Этот пример инициирует постановку вопроса о том, является ли сила $Q$, которая сжимает стержень и которую можно измерить с помощью динамометра, объективной реальностью, или мы говорим «сила» по причине неведения о реальном содержании этого понятия.

I.2 Фотонная модель происхождения сил сжатия.

Наводящие соображения по поводу возможного механизма, который способен поддерживать сжимающие напряжения в твердых телах, начинаются с того, что структура твердого тела состоит из движущихся (дрейфующих, колеблющихся) заряженных частиц, окруженных электромагнитными полями. При этом плотность $\rho_{in}$ распределения ядер атомов вместе с электронами создает почти всю плотность стержня. Но собственный объем частиц очень мал по сравнению с объемом окружающих их полей. Если к телу прикладывается какое-то воздействие, электромагнитные поля получают возмущения. Распространение возмущений по полю можно описать с помощью тех элементарных частиц, которые определяются этим полем. Элементарные частицы электромагнитных полей называются фотонами[4].

Возьмем твердый стержень и рассмотрим свойства фотонного механизма переноса импульса вдоль него. В механической задаче любое состояние является стационарным по отношению к характерному времени реагирования электромагнитного поля. Выделим фотоны, которые движутся в выделенном направлении. Плотность распределения фотонов вдоль стержня будет равновесной (равномерной), обозначим ее $n_0$. Та доля внутренней энергии единицы объема стержня $e_0$, которая принадлежит выделенным фотонам, каждый из которых имеет энергию $\varepsilon$, составляет $n_0\varepsilon$.

Если фотон движется, отражаясь от торцов, по стержню с длиной единица, то частота его появлений в одном и том же сечении в одной и той же фазе (с одним и тем же направлением скорости), оценивается, как $c/2$. При каждом отражении от концов его импульс изменяется на 2р. Таким образом, один фотон за единицу времени вдоль единицы длины успевает перенести импульс р$c$. Поскольку таких фотонов на единице длины над каждой единицей площади торца насчитывается $n_0$, с торца на торец вдоль стержня переносится воспринимаемый, как давление $p_0$, импульс $p_0 = n_0$р$c$, т. е. $p_0 = n_0\varepsilon$. Полученная оценка не зависит от наличия столкновений между фотонами.

Для поддержания усилия $Q$ в стержне с площадью торцов $S$ с помощью фотонов, энергия которых равна $\varepsilon$, а импульс имеет продольное направление, необходимо и достаточно, чтобы их плотность $n_0$[5] в материале стержня равнялась $Q/(S\varepsilon)$.

I.3 Потоки импульса при наличии макродвижения. Работа.

Когда есть движение и силы — совершается работа. Эта работа учитывается в уравнении энергии, она подчиняется закону сохранения и превращения энергии. По определению, работа постоянной по величине силы $Q$ на попутном ей перемещении $ds$ равняется произведению $Qds$.

Наличие силы означает существование потока импульса там, где она есть. При этом импульс течет даже в неподвижном материале, поскольку является (в нераспознанной форме) количеством движения. Пока среда, содержащая поток импульса, не движется,

[4]По определению, фотон [23] является релятивистской частицей, которая не имеет массы покоя, перемещается в любой системе координат со скоростью света $c$, обладает энергией $\varepsilon$ и импульсом р, которые связаны между собой соотношением $\varepsilon =$ р$c$.

[5]Если фотоны имеют разные энергии, то речь может идти об интеграле по $dn_0(\varepsilon)$

работа не совершается. Но когда поток импульса течет не в неподвижной среде, а в среде, которая имеет попутные с потоком импульса перемещения, на макроуровне регистрируется совершение работы [6].

**Рассмотрим, что такое работа** на примере приведенных выше моделей. Пусть нагруженные продольным сжимающим усилием $Q$ стержень и трубка с газом движутся с продольно направленной скоростью $u$. В движущемся стержне через контрольное сечение за единицу времени переносится масса $\rho u$. Импульс, переносимый стержнем за единицу времени через контрольную поверхность в лабораторной системе координат получает приращение и вместо $Q$ становится равным $Q + \rho u^2$, где $\rho$ — линейная плотность. Через контрольное сечение, которое движется вместе со стержнем, «протекает» механическая работа, которая характеризуется мощностью $Qu$. Если сечение неподвижно в лабораторной системе координат, то к упомянутому потоку работы присоединяется еще и перенос как внутренней $u\rho e$, так и кинетической $u\rho u^2/2$ энергии материала стержня, который происходит вместе с переносом массы через то же сечение. Очевидно, что $Q/\rho = \sigma/\rho_v$, где $\rho$ — линейная, а $\rho_v$ — объемная плотность материала стержня, $\sigma$ — осевая составляющая тензора напряжений. Поэтому сумма внутренней и кинетической энергии и слагаемого $Q/\rho$, которое учитывает работу силы $Q$, является полной энтальпией.

С точки зрения МСС в газе, который движется вместе с содержащей его трубкой, происходит совершенно то же самое, с точностью до замены обозначений. Через единицу площади контрольного сечения за единицу времени переносится масса $\rho_{vg} u$ ($\rho_{vg}$ — плотность газа). Поток импульса $p$ получит приращение и станет равным $p + \rho_{vg} u^2$. А перенос энергии, которого не было, появится и на каждой единице площади поперечного сечения будет складываться из переноса внутренней энергии газа, приходящейся на единицу объема, $u\rho_{vg} e_{vg}$, его кинетической энергии $u\rho_{vg} u^2/2$ и работы сил давления с мощностью $pu$. Все это соберется в сумму

$$\rho_{vg} u \left( e_{vg} + \frac{u^2}{2} \right) + pu,$$

которая тоже является потоком полной энтальпии.

С точки зрения осведомленного наблюдателя в газе нет ни силы, ни работы этой силы, зато есть молекулы, которые переносят через контрольное сечение массу, импульс и энергию во встречных направлениях. Упомянутые потоки можно вычислить в предположениях одноатомности газа, изотермичности задачи и максвелловского распределения молекул по скоростям. Алгебраическая сумма встречных потоков массы через единицу площади сечения равна $\rho_{vg} u$. Сумма потоков импульса равна $p + \rho_{vg} u^2$. А сумма потоков кинетической энергии распадается на три слагаемых

$$\rho_{vg} u \left( e + \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho_{vg}} \right) = \rho_{vg} u \left( e + \frac{u^2}{2} \right) + pu,$$

из которых последнее изображает собой работу несуществующей, но наблюдаемой силы давления $p$.

I.4 Работа в фотонной модели.

Рассмотрим теперь поведение фотонного механизма при наличии у стержня продольной скорости движения $u$. Из-за наличия скорости, длины тех элементов, которые имеют продольное направление, испытывают релятивистское сокращение, в результате которого бывший единичным отрезок получит длину $\sqrt{1 - u^2/c^2}$. Из-за этого числовая плотность

[6] в [42] изучались следы работы, которая совершается в упругой среде при ее нагружении

фотонов возрастет до $n_u = n_0/\sqrt{1-u^2/c^2}$. Укорочение отрезков приведет также и к тому, что частота появления фотонов в одной и той же фазе возрастет в том же отношении. В итоге перенос импульса вдоль стержня увеличится

$$p_u = \frac{n_0 \mathrm{p} c}{1-u^2/c^2} \sim p_0 + n_0 \mathrm{p} c\, \frac{u^2}{c^2}. \tag{1.1}$$

Используя в преобразованиях известное (в том числе и для массы фотона $m_f$) соотношение $\varepsilon = m_f c^2$, и введя обозначение $\rho_f$ для плотности фотонной составляющей массы стержня, можно в продолжение (1.1) получить

$$p_u \sim p_0 + n_0\, \frac{\varepsilon}{c^2}\, u^2 = p_0 + n_0 m_f u^2 = p_0 + \rho_f u^2. \tag{1.2}$$

Напомним, что когда стержень находится в покое под нагрузкой, объемная плотность энергии поддерживающих равновесие фотонов равна $e_0 = n_0\varepsilon$, где $n_0 = Q/(S\varepsilon)$. Значит, $e_0 = Q/S = p_0$, где $p_0$ — среднее нормальное напряжение в сечении стержня, создаваемое фотонами. Когда стержень движется, оно получает релятивистскую поправку $\rho_f u^2$ (1.2).

Перенос энергии тоже получает поправку, обусловленную изменением плотности фотонов при наличии скорости перемещения

$$u n_u \varepsilon = \frac{u n_0 \varepsilon}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \sim u n_0 \varepsilon + u n_0 \varepsilon \frac{u^2}{2c^2} = u p_0 + u n_0 \frac{m_f u^2}{2} = u p_0 + u \rho_f \frac{u^2}{2}. \tag{1.3}$$

**Осталось добавить,** что присутствующая в модели стержня с фотонами инертная масса покоя $\rho_{in}$, хорошо вписывается в нее. При подсчете переноса импульса, плотность инертной массы добавляет в поток свое слагаемое, которое имеет вид $\rho_{in} u^2$. Оно суммируется с аналогичным фотонным слагаемым и, по причине аддитивности плотности, мы приходим к привычной форме уравнения импульсов.

В уравнении энергии упомянутая масса добавит слагаемое $u\rho_{in}u^2/2$, которая точно таким же образом дополнит до привычного слагаемое, учитывающее перенос кинетической энергии. А слагаемое $u\rho_{in}e_{in}$ (где $e_{in}$ — удельная плотность внутренней энергии у инертной массы) просуммируется с сооответствующим слагаемым при учете переноса внутренней энергии. Аддитивность этих слагаемых следует из того, что произведение удельной энергии на плотность дает объемную плотность энергии, а в объеме энергия аддитивна, невзирая на то, что носителем двух видов энергии являются (тоже аддитивные) разные массы, сосуществующие в объеме.

Итак, в поле сил сжатия (в одномерной постановке) фотонная модель позволяет объяснить феномен силы, сведя ее к нераспознанному с макроуровня импульсу (количеству движения) фотонов внутри сплошного твердого тела, и феномен работы этой силы, сведя ее к переносу энергии фотонов.

Этот механизм обязан работать и в электромагнитных полях, воздействующих на тела в механических задачах, как внешние поля. И там, и там линии напряжений, либо силовые линии являются траекториями для переносящих импульс фотонов.

В газах эта модель не проходит, т. к. на микроуровне газ не является сплошной средой. Но в газе перенос количества движения, воспринимаемый с макроуровня, как давление, и работа осуществляются другим (тоже микроскопическим) механизмом — механизмом молекулярного переноса.

# Литература


[1] *Соболев С. Л.* Уравнения математической физики. М.- Л.: ГИТТЛ. 1950.

[2] *Куксенко Б. В.* Перенос отталкивания вдоль натянутой нити.
Вестник МГУ. Сер.1 Математика, механика. 2004, № 2, (75-76).

[3] *Куксенко Б. В.* О понятиях сила и работа в классической механике.
Вестник МГУ. Сер.1 Математика, механика, 2001, № 5, (28-31).

[4] *Вихман Э.* Квантовая физика. Берклеевский курс физики, т.4. М. Наука, 1974.

[5] *Роджерс Э.* Физика для любознательных. т.3. Электричество и магнетизм. Атомы и ядра. Москва, «Мир», 1971, 664 с.

[6] *Куксенко Б. В.* Макромеханика и микромир. Механическая модель фотона.
Вестник МГУ. Сер.1 Математика, механика. 2003, № 5, (49-52).

[7] *Парселл Э.* Электричество и магнетизм. Берклеевский курс физики, т.2. М. «Наука», 1975.
ELECTRICITY and MAGNETISM, BERKELEY PHYSICS COURSE, volume 2, Edward M. PURCELL Mcgraw-hill book company, New York, 1963

[8] *Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б.* Квантовая электродинамика.
Москва, Физматгиз, 1959, 656 с.

[9] *Тирринг В. Е.* Принципы квантовой электродинамики.
Москва, «Высшая школа», 1964, 228 с.

[10] *Тюлин В. И.* Колебательные и вращательные спектры многоатомных молекул. М.: Изд. МГУ, 1987.

[11] *Badjer R. M.* A relation between internuclear distances and bond force constants// J. Chem. Phys. 1934. Vol. 2. P. 128.

[12] *Badjer R. M.* The relation between the internuclear distances and force constants of molecules and its application to polyatomic molecules// J. Chem. Phys. 1935. Vol. 3. P. 710.

[13] Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч. Квантовая механика.
Москва, Наука, 1979, 528 с.

[14] *Купер Л.* Физика для всех т.2: Современная физика. М.: «Мир». 1974.

[15] *Davisson C. J., Germer H.* Physical Review, **30**, 705(1927).

[16] *Крауфорд Ф.* Берклеевский курс физики т. 3: Волны. М.: «Наука». 1974 г.

[17] *Кобозев Н. И.* О физическом истолковании уравнений де Бройля. Изв. АН СССР Журнал Физической Химии, т.**29**, вып. 2, 1955.; ЖФХ, **28**, 1954.

[18] *Лайтхилл Д.* Волны в жидкостях.
Москва, «Мир», 1981, 600 с.

[19] *Шидловский А. И.* Атом водорода — самый простой из атомов. Продолжение теории Нильса Бора. Владимир: изд.«ВЭВЭР». 1997 г.

[20] Субатомная физика. Вопросы. Задачи. Факты: Учеб. пособие/ Под ред. *Ишханова Б. С.* - М.: Изд-во МГУ, 1994. - 224 с.

[21] *Мухин К. Н.* Введение в ядерную физику. М.: АТОМИЗДАТ, 1965.

[22] *Гольданский В. И., Гальпер А. М., Топоркова Э. П.* Физика высоких энергий. М.: Изд. МИФИ, 1985.

[23] Советский энциклопедический словарь.
Москва, «Советская энциклопедия», 1980, 1600 с.

[24] *Фейнман Р. Ф.* Теория фундаментальных процессов. М.: «Наука», 1978. - 200 с.

[25] *Марков М. А.* Гипероны и $K$-мезоны. М.: ГИФМЛ, 1958.

[26] *Седов Л. И.* О понимании и о рецептуре в механике.
Тезисы лекции. МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 1967, 20 с.

[27] *Седов Л. И.* Связи макроскопической механики с физикой.
Препринт N 255, Институт проблем механики АН СССР и МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва, 1985, 20 с.

[28] *Фаддеев Д. К, Никулин М. С., Соколовский В. Ф.* Элементы высшей математики для школьников. М.: «Наука», 1987, 336 с.

[29] *Гильберт Д., Аккерман В.* Основы теоретической логики. М.: ГИИЛ, 1947, 304 с.

[30] *Березкин Е. Н.* Курс теоретической механики.
Москва, Издательство Московского университета, 1974, 648 с.

[31] Ишлинский А. Ю. Классическая механика и силы инерции.
Москва, «Наука», 1987, 320 с.

[32] *Детлаф А. А., Яворский Б. М., Милковская Л. Б.* Курс физики, т. 1, Москва, «Высшая школа», 1973.

[33] *Эпштейн П. С.* Курс термодинамики, Москва-Ленинград ОГИЗ ГИТТЛ, 1948.

[34] *Румер Ю. Б., Рывкин М. Ш.* Термодинамика, статистическая физика и кинетика, Москва, «Наука» ГРФМЛ, 1972.

[35] *Работнов Ю. Н.* Механика деформируемого твердого тела.
Москва, “Наука”, 1979, 744 с.

[36] *Фок В. А.* Теория пространства, времени и тяготения. Москва, ГИТТЛ, 1955, 504 с.

[37] *Бергман П. Г.* Введение в теорию относительности. Москва, ГИИЛ, 1947, 380 с.

[38] *Неванлинна Р.* Пространство, время и относительность. Москва, "Мир", 1966, 232 с.

[39] *де Бройль Л.* Попытка построения теории световых квантов. Вариационные принципы механики (Сб. статей классиков науки). Ред. Полак Л. С.

[40] *де Бройль Л.* Исследования по теории квантов. Вариационные принципы механики (Сб. статей классиков науки). Ред. Полак Л. С.

[41] Тюлина И.А. История и методология механики.
Москва, Издательство Московского университета, 1979, 284 с.

[42] *Крамаренко В. И., Ревуженко А. Ф.* Потоки энергии в деформируемой среде.
Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых, Новосибирск, «Наука» (сиб.отд.), 1988, N 6, (56-61).