Теория физических структур и бинарная система комплексных отношений – два смысла, один язык

С. А. Векшенов

Российская академия образования

Теория физических структур Юрия Ивановича Кулакова и Бинарная система комплексных отношений Юрия Сергеевича Владимирова, несомненно, выдающиеся проявления физической мысли. Обе они опираются на язык отношений. Однако эти теории не только различны, но и относятся к различным парадигмам.

Не рассматривая подробно содержание этих теорий, попытаемся, в общих чертах, выяснить основное содержание стоящих за ними парадигм.

1.

Как неоднократно отмечал Юрий Иванович Кулаков, его теорию можно рассматривать как своеобразное преломление идей Бурбаки. При этом сразу надо сказать, что эти идеи не исчерпываются тезисами, которые были сформулированы этим автором в программной работе "Архитектура математики". Более того, эти тезисы во многом носят декларативный характер, и реальное развитие математики протекало в несколько ином ключе. К сожалению, ни в каком издании не были обрисованы мотивы, побудившие Бурбаки сформулировать именно такие положения своей концепции. Однако эти мотивы можно достаточно точно восстановить, если внимательно проанализировать процесс развития теоретико-множественной математики.

Как известно, теоретико-множественная доктрина, доминирует в современной математике, прежде всего, в силу естественности и прозрачности языка. С другой стороны, основной объект этой теории, множество является носителем столь огромного числа парадоксов и несообразностей, что о них до поры до времени предпочитают умалчивать.

Тем не менее, именно теория множеств является основой объединения отдельных областей в единое пространство "теоретико-множественной математики".

Главным *инструментом* этого объединения являются теоретико-множественные структуры. Их основное назначение – служить "мостами" между "суверенными" областями математики. Например, булева алгебра, с одной стороны, отражает идею непрерывности, с другой стороны, - свойства точного математического языка. Это дает возможность перенести всю теорию пределов на множество формул. В результате возникают фундаментальные теоремы из различных областей математики, например, усиленный закон больших чисел.

По такому же принципу "работают" и другие теоретико-множественные структуры.

Эффективность этого подхода оказалась исключительно велика, что побудило Н. Бурбаки объявить математику "теорией структур" и провозгласить новый, теоретико-множественный априоризм: всякая "законная" математическая мысль должна a priori ложиться в заранее заданные структуры.

При этом утверждалось, что все структуры сводятся к трем основным: алгебраической, топологической и структуре порядка. Безусловно, сведение математики к точному языку структур – дань философским традициям, которые имели широкое хождение в научном сообществе в 30-х годах XX века (wovon man nicht sprechen kann, darüber mus man schweigen – "о чем нельзя говорить, о том следует молчать"). Однако тогда же (особенно после теорем Геделя и принципа неопределенности Гейзенберга) стало очевидным, что существует вполне осязаемая граница формализма и аксиоматики. В этом случае развитие любого универсального языка способно только создать иллюзию понимания сути вещей.

Тем не менее, Бурбаки в течение полувека старательно переписывали математику под теорию структур, а потом столь же целенаправленно внедряли эту идею в образование. Результатом этой деятельности явилось появление целого поколения специалистов, убежденных, что математика сводится к структурам и аксиоматике. Это убеждение, в последнее время, активно подкрепляется компьютерными технологиями, которые во многом восприняли универсалистские идеи Бурбаки. Например, набор шаблонов и инструментов, которые предоставляются текстовым процессором Word – это те же априорные структуры, которые изначально задают вид документа.

Финальную часть этого процесса очень хорошо выразил В.И. Арнольд: "Продолжающаяся, как утверждают, 50 лет аксиоматизация и алгебраизация математики привела к неудобочитаемости столь большого числа математических текстов, что стала реальностью всегда угрожающая математике угроза полной утраты контакта с физикой и естественными науками … характерным признаком аксиоматически-дедуктивного стиля являются немотивированные определения, скрывающие фундаментальные идеи и методы; подобно притчам, их разъясняют лишь ученикам наедине" (Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1978. – С. 7).

На сегодняшний день идеология Бурбаки выглядит более чем проблемно. Очень ярко и эмоционально эту ситуацию описал выдающийся современный логик П. Вопенка, который сам внес значительный вклад в развитие аксиоматической теории множеств: "Все математические объекты, созданные в дотеоретико-множественной математике, могут быть заново построены как структуры в теории множеств. Точнее, эти объекты можно задать в теории множеств их каноническими моделями, так, что изучение оригинальных объектов заменялось изучением соответствующих моделей. В некоторых случаях эта замена влияет и на исходные понятия и влечет за собой их модификацию в согласии с рассматриваемой моделью. В качестве примеров можно привести действительные числа, исчисление бесконечно-малых и т.д…

Теория множеств открыла путь к изучению необъятного количества различных структур и беспрецедентному росту знаний относительно них. Это привело к распылению математики. Кроме того, большинство результатов такого рода приобретают смысл только за счет существования соответствующей структуры в канторовской теории множеств…

Канторовская теория множеств ответственна за это ущербное развитие математики; с другой стороны, она накладывает на математику ограничения, которые не так легко преодолеть. Все структуры, изученные в математике, априори жестко заданы, и роль математика есть просто роль наблюдателя их описывающего…

Это ставит под вопрос роль математики как научного и полезного метода. Математика может быть низведена к простой игре, происходящей в некотором специфическом искусственном мире. Это не опасность для математики в будущем, а непосредственный кризис современной математики" (П. Вопенка. Математика в альтернативной теории множеств. Пер. с англ. М. "Мир", 1983. Стр. 12-14).

Теория физических структур Ю.И. Кулакова идейно опирается на концепцию Бурбаки в ее наименее конструктивной части – идеи теоретико-множественного априоризма. Это автоматически переносит на ТФС все основные черты этого подхода, прежде всего, статичность, "пространственный" характер теоретико-множественных структур и вытекающий из них комплекс проблем, обрисованных П. Вопенкой.

Безусловно, теоретико-множественные структуры очень многое прояснили в физическом мире. Но их роль в процессе познания все же не больше, чем роль геометрии во времена Ньютона.

По-видимому, наиболее значимым для физики является предпринятая в рамках теоретико-множественного подхода всесторонняя и всеобъемлющая разработка идеи симметрии. При этом, как показала теория Кулакова, теоретико-групповые структуры не полностью "закрывают" эту проблему. Ю.И. Кулакову удалось построить (в рамках теоретико-множественной концепции) структуры, которые позволяют увидеть новые типы симметрии, реализуемые в неизвестных ранее геометриях. Другим замечательным результатом, сделанным на этом пути, является установление (вместе с А.И. Фетом и Ю.Б. Румером) глубоких симметрий в структуре Таблицы Менделеева.

Что касается продвижения в иных направлениях, в частности, в интеграции физических знаний, то эта задача, как нам представляется, в рамках ТФС (и, скорее всего, любой другой теории) неразрешима. Более того, эта задача оказалась непосильной даже для программы Бурбаки, которая послужила образцом для теории физических структур. Идея Кантора соединить арифметику и геометрию (т.е. практически всю математику) в единое целое, путем введения *универсальной* сущности – множества и изучения этой сущности с помощью *универсального* языка теоретико-множественных структур (Бурбаки), на текущем этапе уже обедняет математику.

Теория физических структур, безусловно, выработала более адекватную форму выражения физических закономерностей, чем теория множеств. Но язык – это не только синтаксис, но и семантика. Теория физических структур, несмотря на язык отношений, остается в рамках теоретико-множественной семантики, конкретно, геометрических структур, включая и открытые Кулаковым новые геометрии. Однако, как известно, чисто геометрический принцип, даже в самом широком понимании, не может обеспечить адекватного понимания физических законов, что, собственно говоря, и показывает сама Теория физических структур.

2.

Бинарная система комплексных отношений реализует совершенно иную парадигму. Ее истоки можно найти в работах многих выдающихся математиков, физиков и философов, критически относящихся к притязаниям теории множеств и ее идейным двойникам в естественнонаучной области: Л. Брауэра, Г. Вейля, А. Бергсона, Э. Маха, О. Беккера, П. Вопенки и многих других. В отличие от программы Бурбаки не имеет столь отточенной формы, тем не менее, ее суть можно выразить следующим образом.

Большинство интересующих нас объектов существуют во времени. Теоретико-множественное описание и созвучное ему мировосприятие принципиально исключает время из рассмотрения. Но время, длительность (durée) какой бы "реальности" оно не принадлежало, остается реальностью. Поэтому, тяготеющее к пространственной организации описание объекта, заменяет его динамику набором *моделей.* Чтобы наглядно представить себе, о чем идет речь, вообразим такую картину. Объект, существующий во времени, может быть адекватно отражен с помощью некого "фильма", который может запечатлеть не только структуру объекта, но и его динамику. Однако, такой “фильм” принципиально не укладывается в теоретико-множественные рамки. Чтобы, тем не менее, сохранить представление об объекте, запечатленном в таком “фильме”, теоретико-множественная концепция предлагает разрезать его на множество отдельных статических “кадров” и установить между ними статические связи. В конечном итоге “фильм” превращается в “альбом с фотографиями”, т.е. некоторую структуру.

Имея в распоряжении совокупность таких “кадров”, мы, разумеется, изначально видим совокупность *различных* объектов, которые, вообще говоря, не мыслятся моделями одного объекта. Для того, чтобы видеть эти объекты в их временной связи, т.е. как динамику одного объекта, необходимо ввести новый эвристический принцип – *принцип связывания.*

Сфера применения этого принципа чрезвычайно широка. Действительно, серию картин К. Моне, запечатлевших различные виды Руанского собора, можно рассматривать как совокупность равноправных “моделей” этого собора (что собственно и составляло новаторскую идею Моне и импрессионизма в целом) или все же, как некий, изменяющийся во времени, объект. В этом случае все подобные модели оказываются связанными единой временной нитью.

Время – соединительная нить бытия. Ее разрыв – это потеря сути вещей. (“Порвалась связь времен”, – сказал когда-то Гамлет, характеризуя картину окружающего его хаоса). Между тем именно множественность равноправных моделей объекта, т.е. “разрезание” бытия на отдельные, как бы равноправные “стороны”, представляет собой едва ли не самую характерную черту современного стиля познания, с максимальной откровенностью зафиксированную именно в программе Бурбаки (разумеется, без явного упоминания этой процедуры).

Бинарная система комплексных отношений так же как и ТФС оперирует с дискретными структурами. Но эти структуры связываются в БСКО в *единую нить*, которую можно понимать как прообраз времени. Это приводит к принципиально различному толкованию бинарности в теориях Кулакова и Владимирова. В Теории физических структур бинарность трактуется в стиле “Инь-янь”, в Бинарной системе комплексных отношений – как элементарная ячейка длительности. В этом контексте принципиальным моментом становится понимание основного компонента бинарности – числа, выражающего отношение между элементами структуры.

Теория физических структур имеет дело с действительными числами, БСКО – с комплексными. Поскольку комплексные числа традиционно считаются обобщениями действительных чисел, то на первый (как оказывается, поверхностный) взгляд БСКО можно считать прямым обобщением ТФС.

В реальности все обстоит сложнее.

Уже действительное число очень трудно понимать иначе как некоторый процесс. Как писал А.Н. Колмогоров "В случае континуума действительных чисел уже рассмотрение одного его элемента - действительного числа - приводит к изучению процесса образования его последовательных приближений, а рассмотрение всего множества действительных чисел приводит к изучению общих свойств такого рода процессов образования его элементов. В этом именно смысле сама бесконечность натурального ряда, или системы всех действительных чисел (континуума), может характеризоваться как бесконечность лишь потенциальная… Выяснение вопроса о том, в какой мере и при каких условиях при изучении бесконечных множеств законно абстрагирование от процесса его образования, еще нельзя считать законченным" ("Бесконечность"/ Математическая энциклопедия. М. 1977). В теории множеств легко "остановить" процесс образования натуральных чисел, представив всю последовательность 1,2,3… в целом. Но представить действительное число "в целом" задача куда более сложная, скорее всего неразрешимая.

Но действительное число не только топологический, но и алгебраический объект, которому абсолютно "противопоказано" быть процессом. Теория множеств создает иллюзию, что этот процесс можно остановить, но тем самым она создает платформу для развития алгебраического понимания действительного, а затем и комплексного числа.

Именно такая, алгебраическая трактовка действительного числа и лежит в основе Теории физических структур.

Бинарная система комплексных отношений, понимая бинарность как ячейку длительности, *не может* оставаться в рамках чисто алгебраической трактовки числа. К сожалению, проблема заключается в том, что путь к строгому определению действительных и комплексных чисел на сегодняшний день лежит, прежде всего, в алгебраической плоскости, что создает существенные трудности для адекватного понимания БСКО. Переход к динамической, "длительностной" трактовке чисел в Бинарной системе комплексных отношений в контексте сформулированной парадигмы неизбежен. Как мы уже видели, это может быть сделано уже на уровне действительных чисел, но в этом случае мы имеем "линейные" процессы – последовательности, которые не обладают содержательной физикой. Иное дело комплексные числа. Во-первых, с точки зрения физики их легче трактовать как волновые или циклические процессы, поскольку существует ясное понимание комплексного числа как амплитуды вероятности. С другой стороны, именно циклические процессы позволяют, как показывает БСКО построить содержательную физическую теорию.

Для того, чтобы поставить на определенный фундамент идею циклического процесса как числа, необходимо проделать приблизительно ту же работу, что в свое время была сделана Г. Кантором при построении точечного континуума – необходимо, прежде всего, ввести понятие бесконечности более высокого уровня, чем канторовская бесконечность - порядковую, “длительностную” бесконечность. Именно такая бесконечность строится и изучается в теории сверхчисел (С.А. Векшенов Сверхчисла. Основные принципы арифметики и физические образы // Вестник ТГУ, сер. Естественные и технические науки, том 12, вып. 5, стр. 607-618). Заметим, что в этой теории комплексное число видится более фундаментальным и первичным понятием по отношению к действительному числу, ровно так же как это понимает БСКО.

Теория бинарных систем комплексных отношений, несомненно, сопряжена с новыми, не теоретико-множественными структурами, которые образованы классическими определителями и их неклассическими элементами – амплитудами (строго говоря, сверхчислами). Чтобы подчеркнуть этот факт, в БСКО используется образ “квадратного корня из геометрии”, который символизирует выход за рамки статики и появления динамической “раздвоенности”. Теория сверхчисел добавляет новые штрихи к этому образу.

Возьмем простейший случай уравнения $x^2 + 1 = 0$. По теореме Виета можно записать $1 = +i(-i) = e^{i\pi/2}\, e^{-i\pi/2} = e^{i\varphi}\, e^{-i\varphi}$. В последнем случае экспоненты можно понимать как произведение двух разнонаправленных фундаментальных вращений. Эти вращения должны осуществляться одновременно, поскольку время едино. Таким образом, мы приходим к сверхчислу $\mathbf{P_2}$ – фундаментальному вращению со структурой $\mathbf{P_2} = \langle \mathbf{\Omega} \,|\, + - + - \ldots \rangle$. В этой структуре полный оборот осуществляется через 720^0. Таким образом, идею внутреннего вращения, можно увидеть уже в простейшем “квадратном корне”.

В теории БСКО все структуры имеют динамический характер, поскольку связаны в единую нить длительности. В частности, становится динамической, реляционной и структура пространства-времени. Этот результат представляет собой выдающееся достижение Бинарной системы комплексных отношений и требует длительного и серьезного осмысления.