Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 1: Математика, механика, астрономия. - 1997. -Вып. 3 (N 15). - С. 109 - 114. © Л.С.Шихобалов

НОВЫЙ ВЗГЛЯД НА ЭЛЕКТРОДИНАМИКУ

Л. С. Шихобалов

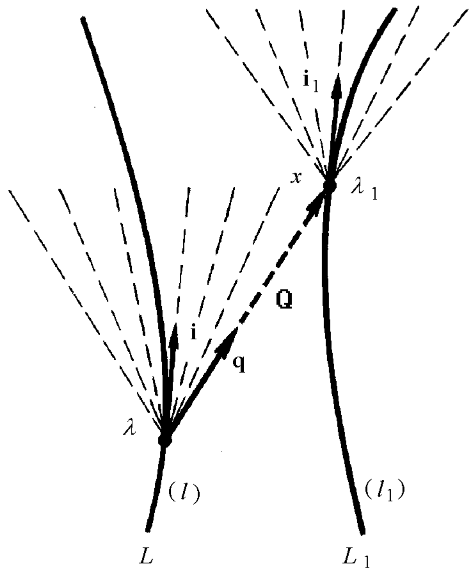
Известно, что принципы специальной теории относительности достаточны для обоснования максвелловской электродинамики. Однако вопрос о том, являются ли законы электродинамики единственными или, по крайней мере, простейшими законами взаимодействия тел, удовлетворяющими этим принципам, пока что остается без ответа. Настоящая работа — один из шагов на пути разрешения данного вопроса.

Цель работы — *сконструировать простейший возможный закон взаимодействия материальных точек в рамках специальной теории относительности, не используя априорных допущений о физической природе взаимодействия.*

1. Закон взаимодействия

Основное положение теории относительности (в интерпретации Г. Минковского) кратко может быть сформулировано так. Существует четырехмерное многообразие — пространство-время — с фиксированными в нем мировыми линиями материальных точек, при этом на каждой мировой линии выделено направление, согласованное для всех мировых линий.

В специальной теории относительности в качестве пространственно-временно́го многообразия принимается четырехмерное вещественное псевдоевклидово пространство M, именуемое *пространством Минковского.* Выделенные направления на мировых линиях называются *направлениями от прошлого к будущему.* Согласованность направлений выражается в том, что для всех задающих эти направления касательных векторов к мировым линиям все их скалярные произведения с любыми времениподобными векторами, лежащими внутри одной и той же полы светового конуса, имеют одинаковые знаки. Отметим, что данное условие обеспечивает отсутствие мировых линий с пространственноподобными участками.



Рассмотрим две материальные точки (частицы) λ и λ_1 в пространстве Минковского M, имеющие *времениподобные* мировые линии L и L_1 (рис.). Допустим, что другие тела не оказывают влияния на них. Будем полагать, что взаимодействие частиц λ и λ_1 представляет собой суперпозицию воздействия частицы λ на λ_1 и воздействия частицы λ_1 на λ, подчиняющихся одинаковым закономерностям. Сконструируем возможный закон такого воздействия. Для определенности, будем вести речь о воздействии частицы λ на λ_1. Введем обозначения: $\vec{i}$, $\vec{i}_1$ — 4-скорости частиц λ и λ_1 (единичные касательные векторы к L и L_1, направленные в сторону будущего); l, l_1 — натуральные параметры на L, L_1, возрастающие в сторону будущего.

Воздействие частицы λ на частицу λ_1 определяет форму мировой линии L_1 частицы λ_1. Будем трактовать это воздействие как некий процесс, последовательно развивающийся вдоль L_1 и выражающийся в изменении 4-скорости $\vec{i}_1$ частицы λ_1 с ростом переменной l_1. Простейший (линейный по вектору $\vec{i}_1 dl_1$) закон такого воздействия имеет вид

$$d\vec{i}_1 = K \cdot \vec{i}_1 dl_1, \tag{1.1}$$

где $d\vec{i}_1$ — приращение вектора $\vec{i}_1$ при изменении l_1 на величину dl_1; K — линейный оператор (двухвалентный тензор); точка — операция скалярного умножения. Предположим, что характеристики частицы λ_1, испытывающей воздействие, входят в выражение для K только через некоторый скалярный множитель. Тогда закон (1.1) может быть переписан в форме

$$d\vec{i}_1 = a_1 F \cdot \vec{i}_1 dl_1, \tag{1.2}$$

где $a_1 F = K$; a_1 — скаляр, зависящий только от характеристик частицы λ_1; F — двухвалентный тензор, который не зависит от свойств частицы λ_1, а определяется свойствами частицы λ, оказывающей воздействие, а также параметрами взаимного расположения частиц. Такая ситуация может быть интерпретирована как существование некоторого тензорнозначного поля $F(x)$, $x \in M$, порождаемого частицей λ, которое принимает (при фиксированной мировой линии частицы) определенные значения в точках пространства Минковского M и оказывает воздействие на любую другую частицу λ_1, находящуюся в точке $x \in M$, по закону (1.2), где $F = F(x)$.

Конкретизируем вид тензора F.

В силу $\vec{i}_1 \cdot \vec{i}_1 = 1$ имеем: $\vec{i}_1 \cdot d\vec{i}_1 = (1/2) d(\vec{i}_1 \cdot \vec{i}_1) = 0$. Отсюда с учетом (1.2) находим: $\vec{i}_1 \cdot F \cdot \vec{i}_1 = 0$. Из условия выполнимости данного равенства при любом времениподобном единичном векторе $\vec{i}_1$, как нетрудно доказать, вытекает, что тензор F обязательно является *антисимметричным.*

Простейший антисимметричный двухвалентный тензор, определяемый параметрами описываемой модели (см. рис.) и не зависящий от характеристик частицы λ_1, есть, с точностью до знака, тензор

$$\vec{q}\,\vec{i} - \vec{i}\,\vec{q}, \tag{1.3}$$

где $\vec{q}$ — направляющий вектор луча, соединяющего частицу λ с точкой наблюдения $x \in M$; $\vec{i}$ — 4-скорость частицы λ; тензорное произведение векторов здесь и далее обозначено без символа умножения между сомножителями.

Примем несколько довольно естественных допущений.

а) Будем считать, что каждый луч, исходящий от частицы λ, вносит вклад в поле $F(x)$ в виде тензора (1.3), возможно, умноженного на числовой коэффициент, который зависит от скалярных характеристик частицы λ и применяемых единиц измерения физических величин (вектор $\vec{q}$ — свой для каждого луча).

б) Для того, чтобы удовлетворить принципу причинности, положим, что при каждом расположении частицы λ на ее мировой линии она создает поле $F(x)$ только в тех точках $x \in M$, которые находятся внутри ее светового конуса будущего. Иными словами, ограничим допустимые векторы $\vec{q}$ в тензоре (1.3) только времениподобными единичными векторами, направленными в сторону будущего (для определенности, будем считать, что начала всех векторов $\vec{q}$ находятся в частице).

Отметим, что поскольку при "движении" частицы вдоль мировой линии световой конус "перемещается" вместе с ней, то при неограниченном протяжении мировой линии в сторону прошлого поле $F(x)$, в принципе, может быть порождено частицей в любой точке пространства M. С математической позиции, разумеется, нет никаких препятствий к рассмотрению любых других векторов $\vec{q}$.

в) Учитывая равноправие всех времениподобных направлений, положим, что исходящие от частицы λ лучи равномерно распределены по всем возможным направлениям. Вместе с допущением *б* это означает, что если построить псевдосферу единичного радиуса с центром в частице λ, то концы векторов $\vec{q}$ окажутся равномерно распределенными по той части данной псевдосферы, которая находится внутри светового конуса будущего частицы.

Известно, что при реальных измерениях различных физических полей в действительности всегда находятся не точные их значения в отдельных точках в отдельные моменты времени, а лишь значения, усредненные по некоторым достаточно малым объемам пространства и промежуткам времени. Для того, чтобы отразить в модели данный факт, примем следующее допущение, которое придает величине $F(x)$ смысл среднего значения поля в окрестности точки x (это допущение как бы переводит описание поля F с микроскопического уровня на макроскопический).

г) Примем, что поле F в точке x определяется средним значением тензора (1.3) по ближайшей окрестности точки x. Отсюда на основании теоремы о среднем значении вытекает, что вклад в поле F от каждого расположения частицы λ на ее мировой линии L равен значению тензора (1.3) в точке x, умноженному на плотность лучей вблизи x. При этом, если Q — интервал между частицей λ и точкой x, а $S(Q)$ — площадь той части псевдосферы радиуса Q с центром в частице, которая содержится внутри светового конуса будущего частицы, то плотность лучей вблизи x, в случае выполнения допущения *в*, обратно пропорциональна площади $S(Q)$ (элемент этой площади дается выражением $dS = Q^3 \sin\theta \, \mathrm{sh}^2\varphi \, d\theta d\varphi d\psi$, где θ, φ, ψ — угловые координаты на псевдосфере).

д) Будем считать, что имеет место аддитивность вкладов в поле F от различных расположений частицы λ на L.

На основании сделанных допущений приходим к следующему выражению для поля F, создаваемого частицей λ в точке $x \in M - L$:

$$F(x) = a \int_{(L_-)} \frac{\vec{q}\,\vec{i}_0 - \vec{i}_0 \vec{q}}{S(Q)} \, dl, \tag{1.4}$$

здесь a — числовой коэффициент; L_- — участок мировой линии L частицы λ, содержащийся внутри светового конуса прошлого точки x; $\vec{i}_0 = \vec{i}$ (далее вектору $\vec{i}_0$ будет придан иной смысл).

Итак, можно утверждать, что *простейший закон взаимодействия частиц в пространстве Минковского задается формулами* (1.2) и (1.4).

2. Равномерное движение частицы

В случае прямолинейной мировой линии L тензор F, рассчитанный по формуле (1.4), в точности совпадает (при $a = 4\pi e$) с тензором электромагнитного поля в той ситуации, когда поле создается электрически заряженной частицей, которая имеет заряд e и равномерно движется в вакууме со скоростью, соответствующей мировой линии L. Однако в случае не равномерного движения частицы формула (1.4) дает (при $\vec{i}_0 = \vec{i}$) только одно из двух нужных слагаемых в выражении для тензора электромагнитного поля.

Усовершенствуем модель.

3. Произвольное движение частицы

Дополним модель следующими допущениями.

е) Будем считать, что исходящие от частицы λ лучи представляют собой некие реальные объекты, являющиеся элементами самой частицы. Учитывая это допущение, далее под *частицей* будем понимать материальную точку вместе со всей совокупностью выходящих из нее прямолинейных лучей. Саму материальную точку будем именовать *центром* частицы.

С целью обеспечения неизменности свойств частицы со временем, примем три допущения, которые утверждают постоянство конфигурации частицы λ и ориентации ее относительно мировой линии L при "движении" вдоль L.

ж) Допустим, что частица, этот, так сказать, "ежик лучей", является конструкцией недеформируемой (абсолютно жесткой), то есть сохраняет неизменными интервалы между всеми своими точками и углы между всеми лучами.

з) Примем, что при "движении" частицы λ вдоль мировой линии L остаются фиксированными углы между касательным ортом $\vec{i}$ к линии L и лучами, составляющими частицу.

и) Предположим также, что "движение" частицы вдоль мировой линии L не сопровождается вращением вокруг L.

Построение модели завершим принятием допущения, которое исключает из рассмотрения эффект дальнодействия.

к) Положим, что воздействие частицы λ на частицу λ_1 является близкодействующим, то есть осуществляется путем непосредственного контакта лучей частицы λ с центром частицы λ_1. Конкретизируем данное допущение таким образом: примем, что поле F описывается, как и ранее, формулой (1.4), но с тем отличием, что входящая в эту формулу величина $\vec{i}_0$ представляет собой 4-скорость не центра частицы λ, а той ее точки, которая непосредственно контактирует с центром частицы λ_1.

4-скорость $\vec{i}_0$ произвольной точки частицы λ определим как производную вектора перемещения этой точки по натуральному параметру l. С помощью допущений *ж* – *и* можно доказать, что

$$\vec{i}_0 = \vec{i} + \vec{Q} \cdot \left(\vec{i}\, \frac{d\vec{i}}{dl} - \frac{d\vec{i}}{dl}\, \vec{i} \right), \tag{3.1}$$

где $\vec{Q}$ — вектор, соединяющий центр частицы λ с той ее точкой, для которой вычисляется $\vec{i}_0$ (см. рис.). В частном случае прямолинейной мировой линии L, вследствие $\vec{i} = \overrightarrow{const}$, выполняется $\vec{i}_0 = \vec{i}$.

Расчет поля F по формуле (1.4) с учетом (3.1) дает:

$$F(x) = \left.\frac{a(\vec{Q}\vec{i} - \vec{i}\vec{Q})}{4\pi(\vec{Q}\cdot\vec{i})^3}\right|_* + \\ + \left.\frac{a\left[(\vec{Q}\cdot\vec{i})\left(\vec{Q}\frac{d\vec{i}}{dl} - \frac{d\vec{i}}{dl}\vec{Q}\right) - \left(\vec{Q}\cdot\frac{d\vec{i}}{dl}\right)(\vec{Q}\vec{i} - \vec{i}\vec{Q})\right]}{4\pi(\vec{Q}\cdot\vec{i})^3}\right|_*, \qquad (3.2)$$

где звездочка относится ко всем функциям в помеченном ею выражении и обозначает, что каждая функция берется в точке y пересечения мировой линии L и светового конуса прошлого точки наблюдения x, например, $\vec{Q}_* = \overrightarrow{yx}$ ($\vec{Q}_*$ — изотропный вектор). В случае прямолинейной мировой линии L второе слагаемое в правой части (3.2) обращается в нуль. Отметим, что сингулярность, возникающая при вычислении интеграла в (1.4), компенсируется сингулярностью площади псевдосферы $S(Q)$.

Для перехода к *наблюдаемым величинам* зададим в пространстве Минковского M какую-либо *инерциальную систему отсчета.* Ее образуют трехмерная пространственноподобная гиперплоскость Γ, называемая *физическим пространством*, и ортогональная к ней времениподобная прямая T, именуемая *осью времени*, причем на последней задан орт $\vec{\tau}$, ориентированный в сторону будущего. Перейдем в (3.2) к использованию в качестве независимого аргумента вместо параметра l координатного времени t (отсчитываемого вдоль оси времени T). Образуем из тензора F вектор $\vec{E} = F \cdot \vec{\tau}$ и псевдовектор $\bar{H} = (1/2)F \cdot\cdot \kappa$, лежащие в физическом пространстве Γ (κ — псевдотензор Леви-Чивиты — трехвалентный совершенно антисимметричный единичный псевдотензор над Γ; двоеточие — бискалярное умножение). Можно показать, что при

$$a = 4\pi e \text{ (в системе СГС)} \quad \text{или} \quad a = e/\varepsilon_0 \text{ (в СИ)} \qquad (3.3)$$

величины $\vec{E}$ и $\bar{H}$ совпадают с напряженностями электрического и магнитного полей, создаваемых точечной частицей с электрическим зарядом e [1] (обычно эти напряженности рассчитываются с использованием потенциалов Лиенара-Вихерта; в (3.3) ε_0 —

электрическая постоянная). Принимая во внимание, что такое совпадение имеет место при произвольном движении частицы и учитывая, что тензор F однозначно восстанавливается по величинам $\vec{E}$ и $\bar{H}$ с помощью соотношения

$$F = \vec{E}\vec{\tau} - \vec{\tau}\vec{E} + \bar{H} \cdot \kappa, \tag{3.4}$$

заключаем, что F есть *тензор электромагнитного поля.* При такой трактовке тензора F и при выполнении условия

$$a_1 = \frac{e_1}{m_1 c^2} \tag{3.5}$$

исходный закон (1.2) совпадает с известным *уравнением движения заряда в электромагнитном поле* F [1] (обычно это уравнение записывают в виде $m_1 c d\vec{i}_1/dl_1 = e_1 F \cdot \vec{i}_1/c$; e_1, m_1 — электрический заряд и масса частицы λ_1, c — скорость света).

4. Заключение

Показано, что простейшим законом взаимодействия частиц в рамках специальной теории относительности является закон электромагнитного взаимодействия. Данный результат получен с помощью модели частицы в виде материальной точки с исходящими от нее времениподобными лучами. Эта, **лучистая** модель частицы полностью соответствует геометрии пространства Минковского и естественным образом приводит к закону взаимодействия частиц, описываемому зависимостями (1.2), (1.4) и (3.1). Модель не требует использования уравнений Максвелла и введения системы отсчета (последняя используется только для вычисления величин, относящихся к трехмерному физическому пространству).

Настоящее исследование выполнено в 1990 - 1996 годах. На заключительной стадии оно было поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (грант РФФИ N 96-01-00431).

Автор глубоко признателен А. Д. Александрову, А. А. Вакуленко и В. Ф. Осипову за подробное обсуждение работы и высказанные замечания, способствовавшие уточнению ряда положений.

Литература

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.

Подпись к рисунку

Две частицы в пространстве Минковского и их мировые линии.

РЕФЕРАТ

УДК 530.1 + 530.12:531.18 + 537.8

Шихобалов Л. С. **Новый взгляд на электродинамику** // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 199 . Вып. . (N). С. 00 - 00.

Показано, что законы электродинамики являются простейшими законами взаимодействия тел, вытекающими из принципов специальной теории относительности. Результат получен с помощью модели заряженной частицы как материальной точки с исходящими от нее прямолинейными времениподобными лучами, равномерно заполняющими внутренность светового конуса будущего. Эта, лучистая, модель частицы полностью соответствует геометрии пространства Минковского и не требует использования уравнений Максвелла и введения систем отсчета или систем координат. Библиогр. 1 назв. Ил. 1.

Шихобалов Л. С. **Новый взгляд на электродинамику.**

Показано, что законы электродинамики являются простейшими законами взаимодействия тел, вытекающими из принципов специальной теории относительности. Результат получен с помощью модели заряженной частицы как материальной точки с исходящими от нее прямолинейными времениподобными лучами, равномерно заполняющими внутренность светового конуса будущего. Эта, лучистая, модель частицы полностью соответствует геометрии пространства Минковского и не требует использования уравнений Максвелла и введения систем отсчета или систем координат.

Shikhobalov L. S. **Electrodynamics reexamined.**

Summary

It is proved that the electrodynamics laws are the simplest of body interaction laws following from the special relativity principles. The result was obtained with aid of a model, according which a charged particle is a material point with timelike straigt rays going out from it and filling the interior of its future light cone uniformely. This, radiant, model of particle corresponds to the Minkowski space geometry completely and does not need of Maxwell equations and coordinate systems or systems of reference.