ПОЧЕМУ КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА НЕЛОКАЛЬНА?

A question on a correspondence between the famous Bell's Theorem and Quantum Mechanics foundations is formulated. The statement is argued that the Quantum Mechanics unlocality is due to its prediction nonlinear dependence on an argument, for instance – on the angle difference between two analyser orientations.

В связи с известной теоремой Белла о нелокальности квантовой механики ставится вопрос о связи этого результата с ее основами. Обосновывается тезис о том, что причина этого связана с *нелинейным* характером зависимости предсказаний квантовой механики от соответствующего аргумента, например – от разности углов между ориентациями двух анализаторов.

Введение

Подавляющее большинство людей при решении повседневных проблем вовсе не нуждается в уточнении общефилософских представлений о мире. Точно так же большинство физиков, решающих практические задачи квантовой механики, не придает большого значения дискуссиям о ее концептуальных основах. Однако рано или поздно наступает время, когда эти – казалось бы, отвлеченные – вопросы неожиданно приобретают практическое значение.

Осознание того, что квантовая механика (КМ) – и именно как теоретическая дисциплина – принципиально не удовлетворяет традиционным релятивистским требованиям локальной причинности, пришло спустя ряд десятилетий после ее появления. Основной вклад здесь принадлежит Альберту Эйнштейну с соавторами **[Эйнштейн и др., 1935]** и Джону Беллу **[Белл, 1964]**. Последний, анализируя работу Эйнштейна, пытался вслед за ним решить проблему неполноты квантовомеханического описания реальности, а в результате – подобно Колумбу (нашедшему Америку вместо Индии) – установил свое знаменитое неравенство, которое в КМ может нарушаться.

Имеются и другие теоретические факты, свидетельствующие о нелокальности КМ. Прежде всего, это формализм Фейнмана для интегралов по траекториям. Как известно, согласно представлениям Фейнмана (и опытным данным), частица (если ее промежуточное движение не контролируется) движется не по какой-то одной, а сразу по всем возможным траекториям, при этом классическому прототипу траектории в модели Фейнмана отвечает возможная траектория с максимальным статистическим весом.

Я хотел бы привести еще один важный пример нелокальности КМ. Как известно, в любое квантово-механическое выражение с ненулевым коммутатором входит универсальная константа $\hbar$ (постоянная Планка). В работе **[Шульман, 2004]** мною показано, что для чисто классических осцилляторов можно вывести аналогичные коммутационные выражения, которые отличаются только тем, что в их правой части вместо $\hbar$ стоит действие (произведение амплитуд координаты и импульса) для данного осциллятора. Объяснение этому факту я вижу только одно – каждый квантовый осциллятор нелокален и непостижимым с традиционной точки зрения образом распространяется на всю Вселенную. Сама постоянная Планка при этом оказывается пропорциональной текущему периметру (ограниченной) Вселенной.

Обратимся теперь к предсказанию квантовой механики относительно вероятности прохождения поляризованных фотонов через два последовательных поляризатора, разность углов для которых равна θ. Как известно, эта вероятность пропорциональна $\cos^2\theta$, причем она *не зависит от расстояния* между поляризаторами. Предположение о том, что данная формула является лишь приближенной и справедливой только для достаточно коротких промежутков, а для более длинных следует каким-либо образом учитывать и скорость света, является неверным – формула и теоретически является точной, и тщательно проверена экспериментально **[Аспек, 2000]**. Это обстоятельство и позволяет сформулировать утверждение, практически в неизменном виде кочующее из публикации в публикацию: предсказания КМ нарушают неравенства Белла и потому несовместимы с так называемым локальным реализмом.

Однако эта формулировка кажется несколько загадочной. Дело в том, что неравенство Белла на первый взгляд кажется никак не связанным с каким-либо фундаментальным принципом КМ и вообще как бы случайным, во всяком случае - неожиданным. Характерно, что ни в одной известной мне работе не обсуждаются *причины* этой ситуации

Возникают по меньшей мере два вопроса:

(1) Возможны ли в принципе другие теории и другие предсказания, также конфликтующие с локальным реализмом?

(2) Какие именно исходные положения квантовой механики с необходимостью ведут к ее нелокальности?

Я постараюсь дать ниже ответы на эти вопросы после того, как вкратце воспроизведу описание результатов Белла и опытов Аспека, что необходимо из методических соображений.

Теорема Белла и опыты Аспека

Рассмотрим идеи Белла подробнее, следуя замечательно ясной работе **[Аспек, 2000]**. Белл предположил существование некоторого *локального* параметра (или группы таких параметров), обозначенного им через λ. Пусть один фотон каждой разлетающейся ЭПР-пары регистрируется с одной стороны от источника пар анализатором I, а другой фотон – с противоположной стороны анализатором II. Распределение параметра λ по ансамблю пар Белл определил функцией $\rho(\lambda)$. Для данной пары, характеризуемой данным параметром λ, результаты измерения задаются функциями, принимающими только два возможных значения поляризации: +1 и –1):

$A(\lambda,\mathbf{a}) = \pm 1$ в анализаторе I (с ориентацией **a**)

$B(\lambda,\mathbf{b}) = \pm 1$ в анализаторе II (с ориентацией **b**)

Конкретная теория *локального* параметра полностью определяется явным видом функций $\rho(\lambda)$, $A(\lambda,\mathbf{a})$ и $B(\lambda,\mathbf{b})$. Через них можно выразить вероятности различных результатов измерения. Например, корреляционная функция определяется простым соотношением

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b})$$

Рассмотрим теперь величину

$$\begin{aligned} \mathrm{s} &= A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b}) - A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b'}) + A(\lambda,\mathbf{a'})\, B(\lambda,\mathbf{b}) + A(\lambda,\mathbf{a'})\, B(\lambda,\mathbf{b'}) = \\ &= A(\lambda,\mathbf{a})\, [B(\lambda,\mathbf{b}) - B(\lambda,\mathbf{b'})] + A(\lambda,\mathbf{a'})\, [B(\lambda,\mathbf{b}) + B(\lambda,\mathbf{b'})] \end{aligned}$$

Учитывая, что числа A и B принимают только значения ±1, простой анализ второй строки этого выражения показывает, что

$$\mathrm{s}(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = \pm 2$$

Усредняя s по λ, находим, что значение этой величины заключено между +2 и –2:

$$-2 \le \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, \mathrm{s}(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) \le 2$$

Мы можем переписать эти неравенства в виде

$$-2 \le \mathrm{S}(\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) \le 2$$

где

$$\mathrm{S}(\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b'}) + E(\mathbf{a'}, \mathbf{b}) + E(\mathbf{a'}, \mathbf{b'})$$

Это и есть неравенство Белла, которое обобщили Клаузер, Хорн, Шимони и Холт. Оно содержит комбинацию S четырех *коэффициентов корреляции* для поляризации, связанных с двумя направлениями анализа для каждого поляризатора (**a** и **a'** для поляризатора I, **b** и **b'** для поляризатора II). Подчеркнем: при выводе в явной форме предположено, что результат $A(\lambda,\mathbf{a})$ измерения поляризации поляризатором I не зависит от ориентации **b** поляризатора II, и наоборот (требование локальности). Действительно, ясно, что приводимые рассуждения для величин $A(\lambda,\mathbf{a},\mathbf{b})$ или $\rho(\lambda,\mathbf{a},\mathbf{b})$ перестают быть справедливыми.

Между тем, КМ предсказывает выражение:

$$\mathrm{S}_{\text{КМ}}\, (\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = \cos 2(\mathbf{a},\mathbf{b}) - \cos 2(\mathbf{a},\mathbf{b'}) + \cos 2(\mathbf{a'},\mathbf{b}) + \cos 2(\mathbf{a'}, \mathbf{b'})$$

Оно является функцией только трех независимых переменных (**a**,**b**), (**b**,**a'**) и (**a'**,**b'**). Действительно, четвертый угол выражается через три остальных:

$$(\mathbf{a},\mathbf{b'}) = (\mathbf{a},\mathbf{b}) + (\mathbf{b},\mathbf{a'}) + (\mathbf{a'}, \mathbf{b'})$$

Из соображений симметрии очевидно, что экстремумы функции S достигаются при *равных* значениях углов (**a**,**b**), (**b**,**a'**) и (**a'**, **b'**). Поэтому каждый из них можно обозначить через одну и ту же величину θ, и далее искать экстремумы функции только одной переменной

$$S_{КМ}(\theta) = 3\cos 2\theta - \cos 6\theta$$

Ее экстремумы достигаются при условии

$$\sin\theta = \sin 3\theta$$

График $S_{КМ}(\theta)$ этой одномерной функции **[Аспек, 2000]** приведен на рис. 1. Конфликт с неравенствами Белла возникает при $|S_{КМ}| > 2$

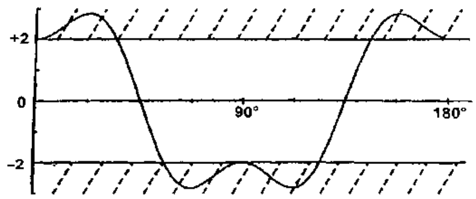

Рисунок 1

Автор работы **[Аспек, 2000]** вместе со своей группой в Оптическом институте в Париже в течение ряда лет провел серию опытов, надежно подтвердивших нелокальный характер квантовой механики. Тест неравенств Белла был, в том числе, обеспечен возможностью переключения в (квази)случайные моменты времени ориентации каждого поляризатора. Проверка неравенств Белла включала суммарно 8000 *с* накопления данных с 4 поляризаторами с критическими ориентациями. В конечном счете авторы получили

$$S_{эксп} = 0.101 \pm 0.020$$

что превышает верхний предел неравенств Белла на 5 стандартных отклонений и дает хорошее согласие с предсказаниями квантовой механики:

$$S_{КМ} = 0.113 \pm 0.005$$

Источник нелокальности квантовой механики

Чтобы ответить на первый из двух вопросов, поставленных во Введении, обратимся теперь к очень важному примеру из работы **[Аспек, 2000]** – основанной на *классических представлениях о локальной причинности* модели, в которой каждый фотон, распространяющийся вдоль оси Oz, предполагается *имеющим* хорошо определенную линейную поляризацию, задаваемую своим углом λ с осью *x*. Чтобы учесть *жесткую корреляцию* (обусловленную *общим происхождением*), предполагается, что два фотона одной и той же пары испускаются с одной и той же линейной поляризацией, определенной общим углом λ, а поляризация различных пар распределена случайным образом, не зависящим от этого угла. Далее, пусть θ_I и θ_{II} указывают ориентацию поляризаторов, и $A(\lambda,\mathbf{a})$ принимает значение +1, когда поляризация первого фотона характеризуется углом меньше π/4 относительно направления анализа **a**, и значение –1 для дополняющего случая (поляризация ближе к перпендикуляру относительно **a**); аналогично для второго фотона и $B(\lambda,\mathbf{b})$. Для этой понятной модели можно вычислить вероятности различных результатов измерений и корреляционную функцию.

Ниже на рис. 2 показан замечательный результат вычислений. Казалось бы, разница между предсказаниями приведенной простой (классической) модели и предсказаниями квантовой механики всюду небольшая, а для углов 0, ±π/4 и ±π/2 предсказания точно совпадают (жесткая корреляция). Однако эта разница имеет принципиальное значение.

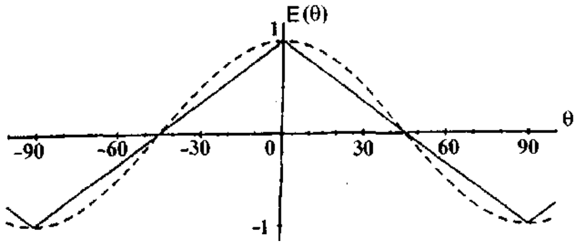

Рисунок 2.

Корреляционный коэффициент E(θ) поляризации как функция относительной ориентации поляризаторов **[Аспек, 2000]**: пунктирная линия – предсказание квантовой механики; сплошная линия – классическая локальная модель.

Для такой локальной классической модели корреляционная функция описывается соотношением

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 1 - 4|(\mathbf{a},\mathbf{b})| / \pi \quad , \qquad \text{где} \quad -\pi/2 \le (\mathbf{a},\mathbf{b}) \le \pi/2$$

а соответствующее выражение для одномерной функции $S_{лок}(\theta)$, везде удовлетворяя неравенству Белла, оказывается вообще не зависящим от аргумента θ:

$$S_{лок}(\theta) = 3E(\theta) - E(\mathbf{3}\theta) = 3^*[1 - 4|\theta|/\pi] - [1 - 12|\theta|/\pi] = 2$$

Примечание: Заметим, что для функции $S(\theta)$ взяты 4=3+1 разных угла, один из которых есть сумма *трех* остальных. По всей вероятности, вместо числа 3 независимых углов можно взять любое число N от 2 и более. Суть состоит в сравнении композиции N *независимых* углов с результатом для суммы этих углов. Иными словами, мы будем иметь дело с функцией $S(\theta) = NE(\theta) - E(\mathbf{N}\theta)$, причем для классической модели всегда получим $S(\theta) = N - 1$.

Очень похоже, что именно независимость $S(\theta)$ от θ для локальной классической модели является решающим фактором, определяющим принципиальное различие между теориями с дополнительным параметром и теориями без таковых (как, например, квантовая механика). Но независимость $S(\theta)$ от θ является прямым следствием условия линейности $S(\theta_1+\theta_2) = S(\theta_1)+S(\theta_2)$. Если так, то именно *нелинейная* зависимость вероятности совпадений и несовпадений в квантовой механике является фактором, определяющим ее нелокальность.

Обратимся еще раз к примеру Аспека. Там введены углы θ_I и θ_{II}, указывающие ориентацию поляризаторов. Условие локальности в действительности требует ввести несколько иные аргументы, а именно разности $(\theta_I - \theta)$ и $(\theta_{II} - \theta)$, где θ –- общее начальное условие. Далее, нас интересует функция совпадений (или функция несовпадений, или корреляционный коэффициент) $F\{(\theta_I - \theta), (\theta_{II} - \theta)\}$, и мы надеемся на то, что в конечном случае эта функция будет иметь вид $F\{\theta_I - \theta_{II}\}$, т.е начальное условие θ “выпадет” из окончательного выражения по аналогии с формулой квантовой механики. Но для произвольных значений θ_I и θ_{II} это возможно, повидимому, только при линейной функции

$$F\{(\theta_I - \theta), (\theta_{II} - \theta)\} = A[(\theta_I - \theta) - (\theta_{II} - \theta)] + B = A\,(\theta_I - \theta_{II}) + B$$

что в точности справедливо применительно к примеру Аспека.

Поскольку квантовая механика предсказывает нелинейную функцию для вероятности совпадений вида $\cos^2(\theta_I - \theta_{II})$, постольку она и не может быть теорией с общим начальным условием локального типа. Очевидно, *любая* теория, дающая *нелинейную* зависимость относительно $(\theta_I - \theta_{II})$, также не может быть теорией такого типа.

Ответ на следующий (второй) вопрос – а почему квантовая механика дает относительно $(\theta_I - \theta_{II})$ именно нелинейное предсказание? – уже достаточно очевидным образом и непосредственно связан с аксиоматикой квантовой механики, с представлением о векторах состояний и углах между ними (в реальном пространстве и в пространстве Гильберта).

БИБЛИОГРАФИЯ

[Аспек, 2000] Alain Aspect. ***B****ell's theorem: the naive view of an experimentalist*. Выступление на конференции памяти Джона Белла, состоявшейся в Вене в декабре 2000 года. Опубликован в "Quantum [Un]speakables - From Bell to Quantum information", изд. R. A. Bertlmann и A. Zeilinger, Springer (2002). Оригинал доступен по ссылке: http://quantum3000.narod.ru/edupapers.html,
рус. пер. см. по ссылке http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/aspek_teorema_bella.pdf

[Белл, 1964] J.Bell, Physics (N.Y.) 1, p.195, 1964.

[Шульман, 2004] Шульман М.Х. *Вариации на темы квантовой теории.* Москва, Едиториал УРСС, 2004. Доступно по ссылке:
http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/shulman_variatsii.pdf

[Эйнштейн и др., 1935] A.Einstein, B.Podolsky, and N.Rosen, Phys. Rev. 47, p. 777, 1935.