М.Х.Шульман

ВАРИАЦИИ НА ТЕМЫ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

Издание 2-е, исправленное и дополненное

Москва, 2007

Вариации на темы квантовой теории

В этой книге, которую автор адресует всем, кто интересуется проблемой обоснования квантовой теории, делается попытка перейти от простой декларации принципа соответствия Бора к установлению ясных и глубоких связей между ней и классической механикой.

Первая глава книги напоминает читателю о наиболее таинственных, с точки зрения автора, аспектах квантовой механики. Следующие главы, посвященные решению перечисленных в первой главе проблем, преследуют амбициозную цель показать читателю, что мосты между классической и квантовой физикой могут быть построены. Оказывается, что и коммутационные квантовомеханические соотношения, и ограничения на возможность одновременного измерения различных величин (например, координаты и импульса), и феномен спина имеют аналоги в классической механике.

Кроме этого, выдвигаются и развиваются представления, проясняющие суть таких понятий, как нелокальность, универсальная константа действия, суперпозиция и тождественность субатомных объектов.

The variations on the Quantum theory

This book is addressed to everybody who is interested in problems of ground of quantum theory. It contains an endeavour to make a step from simple declarations like N. Bohr “correspondence principle” to some plain and profound real correspondencies between quantums and classic theories.

The first chapter of the book remembers to a reader the most misterious riddles of quantums. Next chapters attempt to show the bridges between the quantums and classic physics may be built really. It turned out, that quantum commutation relationships, and limitationos for simultaneous measurements (like coordinate and pulse), and spin phenomenon have some analogues in classic mechanics.

Furthermore, the non-locality, universal action constant (Planck's constant), superposition, and subathomic objects identity meaning are discussed.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Это – моя вторая публикация, посвященная фундаментальным проблемам физики. Как и первую, я хотел бы начать ее с предупреждения читателю о том, что ни автор ее не является профессиональным физиком-теоретиком, ни ее содержание не подвергалось пока суду профессионалов, физических экспериментов и времени. Однако с чего-то надо начинать …

Заголовок одной из глав этой книги - “По классике тоскуя…” - копирует название песни замечального автора и исполнителя Тимура Султановича Шаова и как нельзя лучше подходит к ситуации с квантовой механикой. Подобно тому, как воспитанные на классической музыке родители мечтают о том, чтобы их дети забыли увлечение попсой и роком, создатели квантовой механики Альберт Эйнштейн, Эрвин Шредингер и многие другие физики никак не могли примириться с той математической и физической экзотикой, которая вошла в научный обиход человечества с ее появлением. На эту тему уже сказано и написано так много, что просто повторять чужие мысли и слова нет никакого резона.

Однако сама проблема не только остается, но и не теряет своей актуальности. Поэтому, когда у меня появились некоторые новые идеи на сей счет, я не смог удержаться – сначала привел их в систему, затем изложил на бумаге (точнее – на экране компьютера), а уж после этого ничего не оставалось, как выпустить данную брошюру.

Первая глава книги напоминает читателю о наиболее таинственных, с точки зрения автора, аспектах квантовой механики. Следующие главы, посвященные решению перечисленных в первой главе проблем, преследуют амбициозную цель показать читателю, что мосты между классической и квантовой физикой могут быть построены. Возможно, ученым авторитетам это покажется удивительным, но и коммутационные квантовомеханические соотношения, и ограничения на возможность одновременного измерения различных величин (например, координаты и импульса), и феномен спина имеют аналоги в классической механике. Кроме этого, выдвигаются и развиваются представления, проясняющие суть таких понятий, как нелокальность, универсальная константа действия, суперпозиция и тождественность субатомных объектов. В частности, анализируется источник невыполнения неравенств Белла для квантовой механики, а также выдвигается тезис о динамической сущности состояния суперпозиции.

Как честный человек, должен признаться всем профессиональным борцам с претендентами на авторство в области новых физических идей – я послушался одного из их советов и устранил из текста книги с десяток восклицательных знаков, хотя мне было искренне жаль делать это (сгоряча я даже едва не удалил знаки факториала в разделе 5.5). Быть может, это сделает более снисходительным хоть кого-либо из них.

Благодарю всех читателей, которые возьмут на себя труд прочесть брошюру. Если возникнет желание сообщить мне свои оценки или замечания, можно обратиться ко мне по электронному адресу: shulman@dol.ru .

Автор, январь 2007 г.

1. ЗАГАДКИ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

1.1. Введение

Современная квантовая теория в достаточно близком будущем отметит свой столетний юбилей. За это время она достигла выдающихся успехов, которые никто не может оспорить или поставить под сомнение. Вместе с тем, как это ни поразительно, она так и не смогла преодолеть ту главную трудность, которая возникла еще при ее зарождении: коллективный разум человечества так и не сумел сопоставить ее математическим процедурам общепризнанный логически полный и интуитивно непротиворечивый концептуально-понятийный аппарат. Это не субъективное мнение автора, а общая точка зрения подавляющего большинства представителей мировой физической науки.

Такое положение дел, несомненно, представляет собой вызов науке. Еще важнее, что преодоление любого концептуального кризиса обычно приводит к эффективному продвижению на пути познания Природы. Поэтому данная научно-философская "высота" штурмуется с первых лет существования квантовой теории, и каждый смельчак для штурма выбирает тот путь, который кажется ему наиболее верным. Я тоже позволю себе наметить собственный маршрут, перечислив сначала ряд проблем традиционной теории, которые представляются мне ключевыми.

1.2. Танцуя "от печки"

Как известно, в 1925 г. Вернер Гейзенберг впервые сформулировал соотношения для величин, представляющих координаты и импульсы субатомных частиц. Оказалось, что умножение этих величин не обладает свойством коммутативности, так что их нельзя было впредь считать обычными числами. Почти сразу после этого М. Борн догадался, что указанные величины можно представить в виде матриц. В это же время П.А.М. Дирак заметил, что свойства соотношений между основными квантовомеханическими величинами очень похожи на свойства скобок Пуассона в классической механике, и показал, как определить скобки Пуассона для квантовых величин. Затем появились волновая механика и знаменитое уравнение Шредингера для волновой функции, им же была установлена эквивалентность матричного и операторного представлений.

Возражая против попыток истолкования волновой функции в качестве представителя материальной субстанции, Гейзенберг сформулировал известное соотношение неопределенностей

$$\Delta p\, \Delta q \geq \hbar = h/2\pi \,,$$

где Δp – погрешность определения импульса, Δq – погрешность определения координаты частицы, $\hbar$ – постоянная Планка. С тех пор и до настоящего времени большинство исследователей не находят ответа (или предлагают совершенно различные и непохожие ответы) на целый ряд вопросов (см., например, недавно вышедшие работы **[Белокуров и др., 2000]** и **[Вильф, 2003]**). Приведем некоторые их этих вопросов.

Почему в квантовой механике нельзя использовать обычные числа, а приходится иметь дело с некоммутирующими величинами и их коммутаторами? Каков физический смысл результата коммутации двух физических величин? Почему обычно этот результат содержит а) мнимую единицу и б) постоянную Планка? Почему вообще в природе существует эта замечательная постоянная - константа действия, хотя “в физике не существует принципа сохранения действия” ([**Джеммер, 1967**]) ?

Известны попытки приписать постоянной Планка реальный физический смысл. Например, согласно свидетельству, приведенному в книге [**Владимиров, 1998**], советский физик Ю.Б. Румер пытался интерпретировать действие как дополнительную независимую координату, “свернутую” в трубку, а постоянную Планка – как радиус такой трубки. В конце концов подобную интерпретацию сам ее автор счел неэффективной. Этот факт, однако, не закрывает пути для иного истолкования данной величины.

1.3. Два лика соотношения неопределенностей

Гейзенберг положил начало двум подходам к интерпретации соотношения неопределенностей. С одной стороны, он подошел к анализу проблемы чисто статистически, понимая под Δp и Δq абсолютные величины отклонения от соответствующих математических ожиданий p и q. В оригинальной работе 1927 г. он пришел к своему знаменитому соотношению, задавшись гауссовым законом распределения квадрата отклонения координаты. В дальнейшем было математически же показано, что соотношение неопределенностей можно общим образом сформулировать для двух любых эрмитовых операторов. С другой стороны, Гейзенберг исследовал физические корни своего знаменитого принципа, апеллируя к тому, что сам по себе факт измерения искажает “истинную” ситуацию; чем точнее измеряется, например, координата, тем большее искажение вносится измерительным устройством в “истинное” значение импульса. В учебнике **[Фейнман и др., 1963]** принцип неопределенности интерпретируется, исходя из представлений о волновом пакете, вероятность обнаружить который отлична от нуля лишь в определенной области Δq. Неопределенность импульса такого пакета здесь связывается с тем, что импульс обратно пропорционален длине волны, а для короткого пакета (цуга) волн, который является *суммой* нескольких *различных* гармонических колебаний, нельзя однозначно определить длину волны, т.е. оценка для длины волны оказывается заключенной в некотором диапазоне значений.

Многие, если не все, великие основатели и обоснователи квантовой механики фактически также не разделяли физический и математический аспекты соотношения неопределенностей. Например, Джон фон Нейман в своей фундаментальной монографии [**фон Нейман, 1932**] настаивал на том, что именно влияние измерения на его результат (редукция волновой функции при измерении) делает квантовую теорию чисто статистической и акаузальной, вносит ненулевую дисперсию в распределение квантовомеханических величин в ансамбле, исключая тем самым возможность восстановления детерминизма с помощью каких бы то ни было “скрытых” параметров. Он же воспроизводит (со ссылкой на работы Кеннарда и Робертсона) вышеупомянутое общее доказательство соотношения неопределенностей для двух любых эрмитовых операторов. При этом фон Нейман (я прошу читателя обратить на это внимание) специально отмечает чисто мнимый характер коммутатора двух произвольных эрмитовых операторов и связывает его численное значение с ожидаемой погрешностью одновременного определения соответствующих величин. Если для операторов ***p*** и ***q*** справедливо коммутационное соотношение ***pq*** - ***qp*** = i***a***, причем (***pq*** – ***qp***)* = ***qp*** – ***pq***, то произведение дисперсий $\Delta p \Delta q$ окажется не меньше величины |a|/2.

1.4. Корпускулярно-волновой дуализм и вероятностное описание

В связи с возникшей неопределенностью координат и импульсов для новой физики оказалось естественным использование *вероятностной волновой функции* для описания состояния объектов и его эволюции во времени вместо использования прежних понятий точной координаты и точной траектории. Утверждается, что такое вероятностное описание имеет принципиальный характер даже для индивидуальных объектов и не может быть сведено ни к описанию поведения группы объектов (что было бы вполне приемлемо с классической точки зрения), ни к погрешности реальных измерительных процедур, и т.п. Дело обстоит так, как будто бы, по выражению Эйнштейна, “Старик-Господь играет в кости".

В квантовой механике существуют сильные ограничения на поведение частиц, ассоциируемые с проблемой корпускулярно-волнового дуализма и прекрасно описанные, например, в классическом учебнике **[Фейнман и др., 1963]**. Популярным примером является различие дифракционных картин при прохождении электрона через одно и два отверстия в экране. Электрон как бы знает заранее (в момент излучения), как он должен себя вести в зависимости от конечного результата.

Речь идет об опытах с прохождением микрочастицы через несколько отверстий, после чего она попадает на конечную мишень. В этом случае (если не контролируется, через какое именно отверстие проходит частица) на поверхности мишени возникает интерференционная картина, характерная для прохождения *волны* через систему отверстий. Вместе с тем, эта картина образована следами попадания именно *отдельных* частиц (*корпускул*), а не является некоторым *размытым* изображением.

Если частицы испускаются достаточно редко, то отчетливая интерференционная картина возникает лишь постепенно, по мере накопления следов. Можно утверждать, что интерференционная картина возникает даже при прохождении единичных частиц, т.е. каждая частица интерферирует сама с собой, проявляя чисто *волновые* свойства. Еще более поразительный эффект дает попытка проконтролировать, через какое именно отверстие прошла частица.

Парадоксальная двойственность субатомных частиц не могла не найти своего отражения в основаниях теории. Коллизия между волновым и корпускулярным описанием проявляется в самой методологии описания кватовомеханических объектов. В доквантовой теории частица характеризовалась положением и скоростью, которые теоретически могли быть заданы с произвольно высокой точностью. Если не все начальные условия были известны, допускалось статистическое описание, которое при всей своей эффективности считалось лишь промежуточным приемом для большого ансамбля частиц, от которого в принципе всегда можно было перейти к индивидуальному описанию отдельного объекта.

В квантовой механике установился принципиально иной подход. Теперь координаты, скорости и другие физические величины входят в основные уравнения теории не непосредственно, а, так сказать, через своего “представителя” - так называемую волновую функцию. После решения уравнений по значениям волновой функции определяется вероятность для соответствующей физической величины иметь некоторое определенное значение.

При наличии нескольких (неконтролируемых) альтернатив для события (например, прохождение через то или иное конкретное отверстие в экране) складываются их волновые функции (амплитуды квантовых вероятностей). Вероятность события дается квадратом суммарной амплитуды, что характерно для интерференции. Если же пытаться контролировать осуществление какой-либо конкретной альтернативы, то вероятность изменяется и становится равной сумме квадратов амплитуд (т.е. сумме *независимых* вероятностей) отдельных альтернатив, интерференция исчезает.

В любом случае – как при наличии интерференции, так и в ее осутствие – в квантовой механике вероятностное описание полагается единственно возможным. Это относится к определению измерямых физических величин, что же касается волновой функции, то она, конечно, однозначным образом зависит от физических факторов, обусловливающих поведение частицы.

Вообще говоря, волновая функция квантовой системы в некоторых случаях может быть и не определена. Это имеет место для такой системы, которая является подсистемой более общей квантовой системы, когда характеристики подсистемы (например, ее импульс или спин) существенно зависят от параметров состояния остальной части общей системы. В этих случаях используют описание с помощью матрицы плотности, а сам вероятностный подход по сути сходен с методом ансамблей в классической статистической механике, когда неопределенность части начальных условий компенсируется рассмотрением большого числа возможных их сочетаний.

1.5. Принцип суперпозиции и эволюция квантовых объектов

В квантовой механике состояние объекта может отвечать либо строго определенным собственной функции и собственному значению, либо суперпозиции (комбинации) таких собственных состояний (часть более общей системы может также описываться матрицей плотности). Представление об объектах, пребывающих некоторое время в суперпозиции возможных состояний, даже побудило Э. Шредингера придумать кошку, орудием убийства которой могла бы стать своего рода квантовая гильотина; до тех пор, пока такая гильотина находится в "суперпозиции" состояний с поднятым и опущенным ножом, проклятый вопрос состоит в том, что же в это время происходит с кошкой. Более того, данная проблема породила среди значительной части физиков уверенность в том, что любая редукция волновой функции обусловлена вмешательством наблюдателя. Отсюда неизбежно следует вопрос: а кто наблюдал Вселенную до появления первых наблюдателей ?

Если для классической частицы ее поведение *однозначно* задается ее прошлым и может быть *подтверждено* результатом измерения, то для квантовой частицы дело обстоит иначе. Ее прошлое в общем случае порождает не один возможный вариант дальнейшей эволюции, а набор возможных альтернатив, каждая из которых отвечает частному решению уравнения Шредингера. *До тех пор, пока не делается попытки путем измерения выяснить текущее состояние частицы, нельзя полагать, что осуществился какой-либо выбор одной из альтернатив.* Напротив, считается (как бы ни было трудно себе это представить), что частица существует именно в этом неопределенном “составном” состоянии. Такой тип эволюции, обусловленной исключительно общими требованиями справедливости уравнения Шредингера, Пенроуз [**Пенроуз, 2003**] назвал U-эволюцией. U-процедура эволюции характеризуется полной обратимостью, наследуя это свойство у исходного уравнения.

С другой стороны, все меняется самым драматическим образом, как только выполняется измерение состояния частицы. Эта R-процедура [**Пенроуз, 2003**], как считается, вызывает мгновенный коллапс (редукцию) волновой функции: из множества альтернатив, одновременно существовавших на стадии U-эволюции, сохраняется лишь одна, причем выбор делается абсолютно случайным (с точки зрения прошлой истории) образом. Следовательно, R-процедура является принципиально необратимой.

1.6. Нелокальность

Еще одна загадка квантовой механики – нелокальность взаимодействий, в том числе - знаменитый парадокс сверхсветового взаимодействия, опубликованный в 1935 году и получивший название парадокса Эйнштейна-Подольского-Розена (ЭПР). Он состоит в следующем **[Эйнштейн и др., 1935]**. Пусть мы имеем квантовомеханическую систему из двух частиц, которые с течением времени разлетаются на очень большое расстояние. Согласно квантовой механике, в начальный момент между ними существует определенная связь (например, величина полного спина для электронов или вектор поляризации для когерентных фотонов); при разлете состояние частиц могло бы измениться лишь в результате нового взаимодействия, а значит, эта связь до определенного момента времени сохраняется.

С точки зрения классической механики никакого парадокса нет, каждая частица существует независимо сама по себе в определенном состоянии, унаследованном из своей предыстории. Но в квантовой механике состояние всей системы есть суперпозиция всех возможных "частных" состояний *вплоть до момента измерения*. Если мы теперь измерим состояние одной из частиц, то "редуцируем" волновую функцию *всей* системы (и именно в момент и фактом измерения), выясним состояние этой частицы и одновременно зафиксируем состояние другой (уже сколь угодно далекой) частицы. Таким образом, представление о коллективной волновой функции и законах сохранения квантового состояния приводят к выводу о нелокальности, или мгновенном взаимодействии на расстоянии. Примечательно, что не известны какие-либо ограничения на величину расстояния при таком взаимодействии.

Эту псевдодетерминистическую ситуацию с *одиночной* парой частиц Дж. Белл в своей знаменитой теореме о нелокальности **[Белл, 1964]** описал в более строгой форме, оперирующей со *статистическими* по-существу предсказаниями квантовой механики. Он показал, что некоторые такие предсказания несовместимы с условием статистической независимости результатов измерений над удалившимися в результате разлета на произвольное расстояние частицами (это условие сводится к простому перемножению вероятностей). Для проверки теоремы Белла были проведены эксперименты, доказавшие соответствие правил вычисления вероятностей требованиям квантовой механики, т.е. статистической зависимости измерений, а не условию локальности теории.

Теоретический анализ Эйнштейна лег в основу дальнейшего развития событий. В последние десятилетия, годы и даже месяцы бурно развиваются теоретические и экспериментальные исследования, связанные с так называемой "телепортацией" квантово коррелированных объектов. В мысленных и реальных экспериментах квантовое состояние объекта переносится бесконечно быстро, но, как это было показано, определяется (измеряется) за конечное время, отвечающее досветовой скорости распространения сигнала.

1.7. Этот загадочный спин

Как известно (см., например, **[Пайс, 2002]**), спин был открыт в начале 20-х годов прошлого века. Альфред Ланде в 1921 году для объяснения аномального эффекта Зеемана предположил, что квантовые числа углового момента могут принимать полуцелые значения. Гейзенберг в своей первой опубликованной работе на эту тему пошел дальше, предположив, что в щелочных металлах как валентный электрон, так и атомный остов (атом без валентного электрона) имеют угловой момент $\hbar/2$.

Затем Паули показал, что атомный остов обладает нулевым угловым моментом. Вслед за этим он же в январе 1925 г. предложил придать новое, четвертое квантовое число с полуцелым значением не атомному остову, а самому электрону, и в итоге пришел к открытию своего принципа запрета. Уленбеку пришло в голову, что, поскольку каждое квантовое число соответствует какой-то степени свободы электрона, четвертое квантовое число Паули должно означать, что электрон обладает дополнительной степенью свободы, — другими словами, электрон должен вращаться. Открытие датируется 17 октября 1925 года.

Паули ввел в уравнение Шредингера новое слагаемое μH, где $\mu = \hbar e/2mc$ – *собственный* магнитный момент электрона в магнитном поле H, дающий дополнительный энергетический вклад. В этом случае уравнение записывается уже не для однокомпонентной волновой функции, а для двухкомпонентного спинора, при этом оно фактически распадается на два уравнения – одно для положительной проекции спина, другое для отрицательной проекции.

Наличие двух возможных значений спина реально было подтверждено в опытах Штерна и Герлаха. Через неоднородное магнитное поле пропускался пучок атомов водорода, находящихся в S-состоянии, в котором орбитальный механический и магнитный моменты отсутствуют. Тем не менее пучок расщеплялся на две компоненты, отвечающие двум направления спина.

Если при 3-мерных (нерелятивистских) преобразованиях системы координат в классической механике сохраняется механический момент $\boldsymbol{M} = [m\boldsymbol{vr}]$ замкнутой системы (m - масса, $\boldsymbol{v}$ - скорость, $\boldsymbol{r}$ - радиус орбиты), то при 4-мерных преобразованиях Лоренца 3-мерный момент уже не является инвариантом. Вместо него в теории относительности возникает антисимметричный 4-тензор момента (см. **[Ландау и Лифшиц, 1967]**)

$$M^{ik} = m(v^i x^k - v^k x^i)$$

Его пространственные компоненты совпадают с компонентами 3-мерного вектора момента $\boldsymbol{M}$, однако компоненты M^{01}, M^{02}, M^{03} составляют новый вектор ($ctm\boldsymbol{v} – E\boldsymbol{r}/c$). Здесь буквой E обозначена энергия системы. Если скорость $\boldsymbol{v}$ достаточно мала, то этот вектор в первом приближении равен $mc\boldsymbol{r}$, где c - скорость света. Когда же величиной скорости $\boldsymbol{v}$ пренебречь нельзя, компоненты вектора зависят как от $\boldsymbol{v}$, так и от c.

Когда Дираку удалось построить релятивистскую теорию электрона, оказалось, что спин, равный $\hbar/2$, возникает в ней естественным образом. Дирак догадался, как, используя 4-матрицы, построить оператор энергии первого порядка по координатам, выраженный через оператор импульса. В новой теории волновая функция имеет четыре компоненты. Фактически Дирак получил *систему* из четырех уравнений для 4-х компонент волновой функции. Что это именно система уравнений, подтверждает следующий факт: в выражение для плотности вероятности входят симметричным образом все четыре компоненты волновой функции, образующие 4-спинор.

Как и в неквантовом релятивистском случае, 3-мерный момент уже не является сохраняющейся величиной. В теории Дирака это вытекает из того, что оператор орбитального момента *не коммутирует* с предложенным им *релятивистским* оператором энергии. Сохраняющейся величиной в релятивистской квантовой теории является оператор полного момента, т.е. оператор суммы орбитального момента и спина.

Считается, что спин – специфически квантовое явление, классический аналог которого отсутствует. Можно ли считать новую ("спиновую") степень свободы вращательной в точном смысле слова? Как отмечает Пайс (**[Пайс, 2002]**), Джордж Уленбек еще в период работы над своим открытием нашел старую статью Макса Абрагама. В ней говорилось, что если принять модель электрона в виде вращающейся твердой сферы с зарядом, сосредоточенным только на ее поверхности и с «классическим радиусом» e^2/mc^2, то … периферийная скорость вращения сферы получается больше скорости света. В современной работе **[Вильф, 2000]** предложена другая модель – точечный электрон вращается вокруг некоторого центра, однако полная скорость его вращения также оказывается, по мнению автора модели, больше скорости света.

1.8. Тождественность частиц

Существование спина тесно связано с еще одной загадкой квантового мира. Весь мир квантовых частиц делится на два класса – фермионы и бозоны. Фермионы обладают полуцелым спином, бозоны – целым. Фермионы не могут собираться в одном и том же месте, если их квантовое состояние одинаково (принцип запрета Паули), тогда как для бозонов никаких подобных ограничений не существует. Это различие в свойствах находит свое отражение в коллективном поведении частиц каждого типа, описываемом соответственно статистиками Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна.

Вообще, проблема тождественности объектов уходит корнями в древнюю философию и средневековую схоластику. Широко известно, например, рассуждение об идентичности самому себе деревянного морского корабля, у которого заменили сначала одну маленькую дощечку, затем следующую, и т.д. (каюсь, я забыл автора). Спрашивается, можно ли считать корабль другим кораблем после минимальног ремонта? С другой стороны, если у корабля заменены абсолютно все доски, можно ли считать его тем же самым кораблем?

Подразумевается, что корабль состоит из достаточно большого числа деталей, и что каждая деталь является элементарной или может быть разложена в конце концов на элементарные детали. В этом случае корабль можно однозначно охарактеризовать составом деталей, из которых он состоит. Это значит, что набор свойств, определяющих аутентичность данного сложного объекта, можно считать упорядоченным и конечным, хотя и очень большим.

Вышеприведенная наивная задача является, конечно, вполне умозрительной. В действительности вопрос о реальной численности и упорядоченности набора свойств оказывается принципиально важным. В подавляющем большинстве задач классической физики именно огромное число свойств создает иллюзию непрерывности, размытости их спектра, неопределенности их указания.

Иным образом обстоит дело для субатомных объектов – там спектр свойств редуцируется до небольшого набора квантовых чисел, и вопрос о тождестве реально сводится к совпадению (или нет) значений всего нескольких параметров состояния (масса, спин, заряд и т.п.). С одной стороны, это делает задачу проверки тождественности реально разрешимой эмпирическими методами, с другой (и это удивительная загадка квантовой механики) - между такими объектами может возникать специфическое взаимодействие.

1.9. О чем пойдет речь в следующих главах

В остальных главах книги я постараюсь дать читателю нетривиальные ответы на сформулированные фундаментальные вопросы и основополагающие загадки квантовой механики. Разумеется, лишь время может дать окончательную оценку излагаемым ниже результатам, однако я надеюсь, что их внутренняя согласованность произведет надлежащее впечатление на тех, кто возьмет на себя труд с ними ознакомиться.

Прежде всего, я постараюсь показать, что многие экзотические свойства волновой функции и квантовых операторов в действительности проистекают из свойств классической физики в гораздо большей степени, чем это представлялось до сих пор. Так, во второй главе развивается представление о квантовых объектах как об аналогах классических осцилляторов, которые естественным образом описываются комплексными величинами и порождают, по-существу, тот же самый математический аппарат, что и используемый в квантовой теории. Более того, показывается закономерность представления о “классическом” спине как одной из разновидностей двумерного колебания, и формулируется физическое обоснование принципа запрета Паули на основе невозможности колебаний аналогичного типа более высокой пространственной размерности. В этой же главе критически обсуждаются известные утверждения фон Неймана об одновременной измеримости и “скрытых” параметрах.

В третьей главе внимание читателя привлекается к проблеме нелокальности квантовых взаимодействий, которая несет ответственность за оставшуюся часть квантовой экзотики. Постулируется нелокальность на уровне конечной Вселенной в целом и, с помощью предельного перехода от задачи о локальной потенциальной яме, строится естественная модель глобального квантового осциллятора. Эта модель позволяет придать новый и ясный физический смысл постоянной Планка и обосновать принцип неопределенности Гейзенберга. Из нее также вытекает линейный рост со временем этой универсальной постоянной действия. Кроме того, в третьей главе обсуждаются теорема Белла и опыты Аспека, выдвигается гипотеза о двухуровневом строении материи.

4. ИЗМЕРЕНИЯ И СУПЕРПОЗИЦИЯ СОСТОЯНИЙ
   4.1. Декогеренция и необратимость
   4.2. Критика модели измерения фон Неймана
   4.3. Редукция волновой функции
   4.4. Альтернативы Эверетта и альтернатива эвереттике
   4.5. Суперпозиция и запутанные состояния

В четвертой главе рассматриваются проблемы измерения и суперпозиции квантовых состояний. Рассказывается о декогеренции как механизме перехода от квантового мира к классическому, критикуется концепция квантового измерения по фон Нейману. В качестве альтернативы гипотезе Эверетта выдвигается представление о динамической сущности состояния квантовой суперпозиции, объясняющей редукцию этого состояния к базисному при измерении.

Наконец, в пятой главе рассмотрены проблемы, связанные с тождественностью квантовых объектов. Используя ранее предложенную другими авторами концепцию непрерывной меры различия между состояниями, я предлагаю считать физической основой этой меры резонансный механизм, зависящий от близости частот де Бройля двух соответствующих объектов.

2. “ПО КЛАССИКЕ ТОСКУЯ …”

2.1. По пути, указанному В. Гейзенбергом

Основатель квантовой механики начал с того, что попытался представить координату и импульс квантовой частицы в виде бесконечного ряда (комплекснозначных) гармоник. Он также наложил определенные ограничения на область значений (множество действительных чисел) и правила умножения (совпавшие, как выяснилось, с таковыми для матриц) этих величин, откуда и было выведено все последующее.

Можно ли подобрать понятную физическую интерпретацию для такой математической схемы построения основ теории, основанную на идеях классической физики? Существуют ли прецеденты или прототипы подобного описания классических объектов? Хотя до сих пор считалось, что ответ может быть только отрицательным, я предлагаю читателю убедиться в обратном.

Ключевая идея состоит в том, чтобы при описании атомных и субатомных объектов рассматривать в качестве “первичного кирпичика” модели не материальную точку, а осциллятор или набор осцилляторов. С математической точки зрения это в точности отвечает подходу Гейзенберга. С физической точки зрения это проливает яркий свет на причину усложнения представлений о координате и траектории частицы, о коммутации физических величин и возможности одновременного их измерения, о “собственном” моменте вращения частицы, о двух классах частиц (фермионы и бозоны).

Чтобы сразу убедить читателя, что изучение классических осцилляторов, совершающих *стационарные вынужденные* колебания, позволяет надеяться на понимание квантового описания, сошлюсь на теоретическую электротехнику, которую я с удовольствием изучал в молодые годы в Московском Энергетическом институте. В этой дисциплине, как и в квантовой механике, для описания процессов указанного типа используются комплексные величины, а также произведения одних комплексных величин на сопряженные к другим комплексным величинам.

Необходимые сведения из электротехники излагаются в следующем параграфе. При этом в роли координат и импульсов там выступают электрические заряды и токи, а приводимые результаты общеизвестны уже в течение длительного времени.

2.2. Гармонические процессы в линейных электрических цепях

В теории линейных электрических цепей гармонические токи и напряжения, а также импеданс участков цепи представляются с помощью комплексных чисел. Расчеты в этих цепях осуществляются операторным же методом, восходящим к Хевисайду и Карсону. Существует фундаментальное соответствие между синусами и косинусами, компонентами комплексной величины и экспонентами с мнимым показателем. При этом операции дифференцирования и интегрирования таких экспонент сводятся к алгебраическим операциям умножения и деления. Мнимая единица при двукратном умножении меняет знак исходной величины точно так же, как при двукратном дифференцировании (и интегрировании) меняется на противоположный знак синуса или косинуса.

Пусть к ветви электрической цепи приложено напряжение вида

$$u = u_m \sin \omega t,$$

а протекающий в этой ветви ток равен

$$i = i_m \sin(\omega t + \varphi),$$

где t - время, ω – круговая частота, φ – фазовый сдвиг гармоники тока относительно гармоники напряжения. Тогда мгновенная мощность в этой ветви определяется произведением напряжения на ток:

$$s = u \cdot i$$

Представляя произведение двух синусов в виде полуразности косинусов разности и суммы соответствующих аргументов, мы увидим, что мгновенная мощность будет представлять собой сумму двух слагаемых

$$s = (u_m\, i_m /2)\, [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)]$$

Первое слагаемое равно постоянной величине, это – активная мощность, необратимо рассеиваемая ветвью. Второе слагаемое пульсирует с частотой 2ω и средним нулевым значением, оно отвечает чисто колебательному обмену энергией.

В электротехнике вместо действительных синусоидально изменяющихся со временем величин обычно пользуются комплексными. Напряжение и ток представляют комплексами (далее одиночным символом i без нижнего индекса обозначается не мгновенное значение тока, а мнимая единица):

$$U = (u_m / \sqrt{2})\, [\cos \omega t + i \sin \omega t] = (u_m / \sqrt{2})\, e^{\,i\omega t}$$
$$I = (i_m / \sqrt{2})\, [\cos (\omega t + \varphi) + i \sin (\omega t + \varphi)] = (i_m / \sqrt{2})\, e^{\,i(i\omega t+\varphi)}$$

Усредненную за период полную мощность ветви обычно получают, умножая комплекс U на сопряженный комплекс I* или наоборот – сопряженный комплекс U* на комплекс I. При этом зависимость от времени исчезает вследствие сложения в показателе экспоненты членов (iωt) и (-iωt), а результирующее выражение будет равно комплексной величине

$$S = (u_m\, i_m / 2)\, e^{\,i\varphi} = (u_m\, i_m / 2)\, (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

Действительная часть в этом выражении по-прежнему отвечает активной мощности, а мнимая – реактивной (колебательной) мощности.

Таким образом, при записи полной мощности в виде комплекса (в отличие от мгновенной мощности) в выражение для нее частота ω и время t больше не входят. Реактивная мощность также представлена через интегральные характеристики u_m и i_m, относящиеся к периоду в целом.

2.3. На сцене появляются коммутаторы

Итак, для совершенно неквантового объекта мы получили выражение вида $X^{*}\cdot Y$, определенно напоминающее квантовую конструкцию типа $\Psi^{*}\cdot\Psi$. Далее, заметим, что полная мощность ветви $S=U^{*}\cdot I$ *не равна* произведению $S^{*}=U\cdot I^{*}$, так что и разность, составленная из этих двух произведений, не будет равна нулю. Поэтому мы не столкнемся ни с какими логическими затруднениями, если *определим* коммутатор комплексов тока и напряжения ветви:

$$[U, I] = U^{*}\cdot I - U\cdot I^{*} = S - S^{*} = u_m i_m\,(i \sin \varphi).$$

Таким образом, введенный нами коммутатор является чисто мнимой величиной, т.е. определяет исключительно колебательную эволюцию мощности, а его абсолютное значение определяется сдвигом фаз между комплексами напряжения и тока, поэтому при нулевом сдвиге фаз равно нулю. В более общем случае точно таким же образом можно определить коммутатор для *любых* двух комплексных величин X и Y:

$$[X, Y] = X^{*}\cdot Y - X\cdot Y^{*}$$

Очевидно, что коммутаторы обладают антисимметрией, т.е.

$$[X, Y] = - [Y, X]$$

Наряду с коммутаторами можно определить и антикоммутаторы:

$$\{X, Y\} = X^{*}\cdot Y + X\cdot Y^{*}$$

При этом

$$\{X, Y\} = \{Y, X\}$$

2.4. Классический одномерный механический осциллятор

Разумеется, эти результаты не ограничиваются теорией электрических цепей, а справедливы для любой системы, в которой имеют место гармонические процессы. Очевидным примером такой системы является одномерный механический осциллятор – локализованная в пространстве материальная частица, движущаяся в весьма общем случае под действием упругой силы и силы трения. Движение осциллятора под действием внешней гармонической силы с частотой ω описывается в точности теми же уравнениями, что и вышеописанные процессы в электрической цепи. При сделанных предположениях координата *q* и импульс *p* частицы, представленные в виде комплексов, можно записать в виде:

$$Q = (q_m / \sqrt{2})\,[\cos \omega t + i \sin \omega t]$$
$$P = (p_m / \sqrt{2})\,[\cos (\omega t + \varphi) + i \sin (\omega t + \varphi)]$$

Произведение $d = q\cdot p$ определяет физическую величину, именуемую действием. Для нашего осциллятора комплекс действия будет, очевидно, равен:

$$D = Q^{*}\cdot P = (q_m\, p_m / 2)\,(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

где φ - сдвиг фазы комплекса импульса P относительно комплекса координаты Q. Соответствующий коммутатор для комплексов Q и P есть

$$[Q, P] = Q^{*}\cdot P - Q\cdot P^{*} = D - D^{*} = q_m\, p_m\, (i \sin \varphi).$$

Аналогичным образом находим выражение для антикоммутатора действия:

$$\{Q, P\} = Q^{*}\cdot P + Q\cdot P^{*} = D + D^{*} = q_m\, p_m \cos \varphi.$$

В частности, если импульс будет опережать по фазе координату на четверть периода (осциллятор без потерь), то получим:

$$D_0 - D_0^{*} = Q^{*}_0\cdot P_0 - Q_0\cdot P^{*}_0 = i\, q_m\, p_m.$$

Примечание: Если пользоваться не комплексными числами, а синусами и косинусами, то мнимая единица, естественно, исчезнет.

Несложно также проверить, что для такого осциллятора соответствующий антикоммутатор будет равен $D_0 + D_0^{*} = 0$, поскольку $D_0 = - D_0^{*}$.

2.5. Двумерные осцилляторы и спин

В случае двумерного механического осциллятора без потерь мы имеем дело уже не с одной, а с двумя степенями свободы. При равенстве максимальных значений q_m , p_m и частоты колебаний ω *новая* степень свободы сводится к фазовому сдвигу между колебаниями вдоль различных пространственных осей. Таким образом – и это очень важное обстоятельство – двумерные осцилляторы могут иметь дополнительное физическое различие, которого в принципе не могло быть у одномерных (в том числе в электрических цепях) осцилляторов.

Назовем двумерным осциллятором 1-го рода такой, у которого колебания вдоль обеих пространственных осей происходят синфазно, т.е. фазовый сдвиг между ними равен *нулю*. Двумерным же осциллятором 2-го рода назовем такой, у которого этот фазовый сдвиг *между колебаниями* вдоль различных осей составляет *четверть периода* (со знаком “плюс” или ”минус”. Достаточно рассмотреть сдвиг одного знака; если сдвиг имеет противоположный знак, можно мысленно переставить номера у пространственных осей).

Если рассматривать коммутаторы и антикоммутаторы для величин Q и P, взятых для *одного и того же* пространственного направления, то ничего нового мы не получим в силу независимости пространственных степеней свободы. Если же величины Q и P выбраны для *различных* пространственных осей, то для осциллятора 2-го рода результат окажется совершенно иным, нежели в предшествующем случае или по сравнению с осциллятором 1-го рода. В самом деле, благодаря фазовому сдвигу в четверть периода между колебаниями по различным осям у осциллятора 2-го рода, фазовый сдвиг между *импульсом по одной оси* и *координатой по другой оси* оказывается равным нулю, т.е. они окажутся совпадающими по фазе. В результате для осциллятора 2-го рода мы приходим к соотношениям:

$$D_{xy} = Q_x^{*}\cdot P_y = q_m\, p_m/2 = Q_x\cdot P_y^{*} = D_{xy}^{*},$$

$$[Q_x, P_y] = D_{xy} - D_{xy}^* = 0,$$

$$\{Q_x, P_y\} = D_{xy} + D_{xy}^* = q_m\, p_m\,,$$

тогда как для осциллятора 1-го рода, напротив,

$$[Q_x, P_y] = iq_m\, p_m\,,\ \{Q_x, P_y\} = 0$$

Интересно и важно интерпретировать этот результат с геометрической точки зрения. Если осциллятору 1-го рода отвечает в качестве фазовой траектории *прямая линия* с углом наклона 45 градусов, то осциллятору 2-го рода – *окружность* радиуса $\sqrt{q_m p_m}$. Иными словами, в последнем случае речь фактически идет о вращении точки по кругу указанного радиуса. С формальной точки зрения это явление ничем не отличается от материальной точки, вращающейся (например, в центральном поле с потенциальной энергией, *обратно пропорциональной* расстоянию от центра вращения - кеплерова задача, см. **[Ландау и Лифшиц, 1965]**), если только считать *радиус* вращения *заданным*, а *переменными* величинами – *проекции* радиуса на две координатные оси.

Действительно, сила приложенная к осциллирующей частице (осциллятору 2-го рода), будет равна kr ; если ее приравнять к центробежной силе mv^2/r, то кинетическая энергия осциллятора $kr^2/2$ будет в точности равна кинетической энергии вращающейся частицы $mv^2/2$. Проекции радиуса и импульса на две координатные оси будут меняться, как уже было отмечено, по гармоническому закону: если проекция координаты меняется со временем по косинусу, то соответствующая проекция скорости и импульса – по синусу, и наоборот.

Поскольку частота колебаний по обеим осям одна и та же, то суммарная величина действия для вращающейся точки (с учетом двух степеней свободы) будет равна $d = p_m q_m$. Легко найти простое соотношение между механическим моментом M вращающейся точки и ее действием d. Действительно, оперируя с модулем расстояния r и модулем скорости v, можем написать:

$$M = mvr = 2(mv^2/2)(r/v) = 2E_{кин}/\omega = E_{полн}/\omega = d = p_m q_m.$$

Как видим, в этом важном случае момент просто совпадает по величине с действием. С другой стороны, именно величине $q_m p_m$ равен антикоммутатор $\{Q_x, P_y\}$, поэтому можно утверждать, что этот антикоммутатор просто равен моменту M_z.

Величину момента в более общем случае легко найти прямыми вычислениями. Пусть φ – произвольный фазовый сдвиг колебания вдоль оси y относительно колебаний вдоль оси x. Мгновенное значение момента m_z равно:

$$m_z(t) = q_x(t)p_y(t) - q_y(t)p_x(t) = q_m p_m\,[\sin \omega t \cos(\omega t + \varphi) - \sin(\omega t + \varphi)\cos \omega t] = q_m p_m \sin(-\varphi) = -\,q_m p_m \sin\varphi$$

При φ, равном четверти периода, получаем $|m_z(t)| = q_m p_m$. Выполняя аналогичные вычисления в комплексной форме и осуществляя усреднение путем использования произведения вида Q*P, находим:

$$M_z = Q_x{}^*P_y - Q_y{}^*P_x =$$
$$= (q_m p_m /2)[e^{-i\,\omega t} \cdot i \cdot e^{\,i(\omega t + \varphi)} - e^{-i\,(\omega t + \varphi)} \cdot i \cdot e^{\,i\omega t}] =$$
$$= i\,(q_m p_m /2)\; 2\; \mathrm{sh}\,(i\varphi) = i\; q_m p_m \sin\varphi$$

При φ, равном четверти периода, получаем $M_x = i\; q_m p_m$.

Таким образом, в рамках классической механики мы фактически пришли к представлению о “собственном” вращении частицы (спине), обусловленном лишь конкретным значением фазового сдвига между колебаниями вдоль разных пространственных осей.

Более того, мы вывели коммутационные соотношения, которые имеют хорошо известные аналоги в квантовой теории. Осцилляторы 1-го рода фактически удовлетворяют коммутационным соотношениям, характерным для бозонов, тогда как коммутационным соотношениям для осцилляторов 2-го рода и вращательному характеру перемещения осциллирующей материальной точки достаточно адекватно соответствуют фермионы.

Возникает вопрос – можно ли на основании развитого представления обосновать знаменитый *принцип запрета* Паули? Возможный положительный ответ заключается в следующем утверждении. Система двух осцилляторов 2-го рода должна была бы рассматриваться как *трехмерный* осциллятор 2-го рода, причем фазовый угол между колебаниями вдоль *любой* пары осей должен был бы составлять четверть периода. Очевидно, что такая комбинация фазовых сдвигов не может быть реализована. Напротив, для существования трехмерных осцилляторов 1-го рода (синфазные колебания по трем осям) нет никаких препятствий.

2.6. Трехмерные осцилляторы и коммутация моментов

Помимо правил коммутации координат и импульсов, в квантовой механике устанавливаются правила коммутации моментов. Действительно, для операторов моментов справедливы соотношения типа

$$\mathbf{M}_x\,\mathbf{M}_y - \mathbf{M}_y\,\mathbf{M}_x = i\hbar\mathbf{M}_z$$

Здесь нижние индексы обозначают ось, относительно которой подразумевается вращение.

В рамках предлагаемого нами подхода естественно ожидать, что и в *классическом* случае для трехмерных осцилляторов с *произвольными* фазовыми сдвигами между колебаниями вдоль различных осей могут быть выведены аналогичные правила коммутации. Действительно, пусть фазовый сдвиг колебания вдоль оси y относительно колебания вдоль оси x равен α, а фазовый сдвиг колебания вдоль оси z относительно колебания вдоль оси y равен β. Тогда фазовый сдвиг колебания вдоль оси z относительно колебания вдоль оси x будет равен (α + β), т.е. между тремя фазовыми сдвигами существует одно простое соотношение.

Вместе с тем, сами моменты, выраженные через произведения комплексов координат и импульсов, уже не являются такими же комплексами, поскольку при перемножении комплексов одного типа частота удваивается, а усредненные произведения комплексов вообще не содержат частоты. Кроме того, взаимосвязь между моментами должна отражать каким-то образом уже не только временные, но также и пространственные аспекты. Таким образом, мы не можем непосредственно составить коммутационные правила для моментов так, как это было сделано выше для координат и импульсов.

Чтобы сконструировать требующиеся соотношения, для момента вращения $M_{xy} = i \sin \alpha$ в плоскости (*xy*) определим также *комомент* $M^c_{xy} = i \cos \alpha$. Если момент характеризует один предельный случай – двумерных колебаний с фазовым сдвигом между осями в четверть периода (и круговой орбитой), то комомент характеризует другой предельный случай – с нулевым фазовым сдвигом (возвратно-поступательное движение). В совокупности момент и комомент определяют реальную эллиптическую орбиту, отвечающую углу α. Заметим также, что при инверсии порядка координатных осей плоскости вращения знак момента изменяется на противоположный, тогда как знак комомента не меняется, т.е.:

$$M_{xy} = i \sin \alpha, \quad M_{yx} = -i \sin \alpha, \quad M^c_{xy} = i \cos \alpha. \quad M^c_{yx} = i \cos \alpha.$$

Сходный с квантовомеханическим аналогом результат может быть теперь представлен в следующем виде:

$$M^c_{xy} M_{yz} - M_{yx} M^c_{zy} = i\,(q_m p_m)\, M_{zx}$$

Действительно, находим с учетом связи между знаком момента и порядком следования индексов координатных осей:

$$\begin{gathered} M^c_{xy} M_{yz} - M_{yx} M^c_{zy} = \\ = (q_m p_m)^2\, [(i \cos \alpha)(i \sin \beta) - (-i \sin \alpha)(i \cos \beta)] = \\ = (i\, q_m p_m)^2 [\cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta] = \\ = (i\, q_m p_m)^2 \sin (\alpha + \beta) = i\, q_m p_m\, M_{zx} \end{gathered}$$

Заметим, перед моментом M_{zx} в окончательном результате стоит *классическое* действие $q_m p_m$ *данного* осциллятора.

2.7. Сходство и различие

Попробуем проанализировать полученные результаты. Они основаны на том, что вместо описания классического механического осциллятора с помощью действительных величин мы воспользовались комплексным представлением. Если силой трения можно пренебречь, то обычно выражение для полной (действительной) энергии *H* осциллятора (а она является величиной постоянной) записывают в виде

$$H\,(p, q) = T + U = p^2/2m + kq^2/2,$$

где *q* – координата частицы, *p* – ее импульс, *k* - коэффициент упругости, *T* - кинетическая энергия, *U* - потенциальная энергия частицы.

Используем альтернативный подход, при котором полная энергия такого осциллятора (обозначим ее теперь буквой *E*) представляется комплексной величиной (см., например, **[Рандалл, 1989]**) и записывается в виде

$$E\,(p, q) = T + iU = p^2/2m + i\, kq^2/2$$

Примечание: Заметим, что гамильтонова функция *E* при этом оказывается просто комплексно сопряженной к функции Лагранжа $L(p, q) = T - iU$.

Энергия *E*, будучи комплексной величиной, кроме амплитуды (которая также является в данном случае постоянной) характеризуется еще и меняющейся во времени фазой.

При подходе, использующем лишь действительные величины, произведение импульса и координаты обладает коммутативностью, тогда как их комплексные представления (с учетом использования сопряженных сомножителей), как мы видели, не коммутируют. В классической механике выполняется известное соотношение для скобки Пуассона (СП) импульса и координаты:

$$\{p, q\} = 1$$

В квантовой механике коммутатор импульса и координаты равен СП, умноженной на константу с размерностью действия и деленной на мнимую единицу. Если аналогично определить СП через введенный выше коммутатор [P, Q] для действия осциллятора, имеющий чисто мнимую величину, то после сокращения на размерную константу и мнимую единицу получим в точности классическое соотношение для СП. Различие, разумеется, состоит в том, что для классического осциллятора константа с размерностью действия выражается через его индивидуальные характеристические параметры q_m и p_m, а в квантовой механике эта константа всегда имеет универсальное значение $\hbar$. Вопрос о том, почему это так, рассматривается в следующей главе.

2.8. Полигармонические процессы

А что будет, если внешнее воздействие, приложенное к ветви электрической цепи или к механическому осциллятору, окажется не моногармоническим, а равным сумме нескольких гармоник, например, двух (с частотами ω_1 и ω_2)? Будем искать ответ в терминах примера с электрической цепью. И напряжения, и токи подчиняются принципу суперпозиции, поэтому мы должны начать с вычисления мгновенной мощности вида

$$s = (u_1 + u_2) \cdot (i_1 + i_2)$$

или

$$s = (u_1 \cdot i_1) + (u_2 \cdot i_2) + (u_1 \cdot i_2) + (u_2 \cdot i_1)$$

Переходя к комплексам, мы можем представить это в следующем виде:

$$S = S_1 + S_2 + S_{12} + S_{21}$$

где $S_1 = U_1^* \cdot I_1$, $S_2 = U_2^* \cdot I_2$, а S_{12} и S_{21} – некоторые комплексные выражения.

Выражение $S_1 + S_2$ отвечает суммарной полной мощности и содержит, помимо активной, теперь уже две реактивные компоненты. Эти колебательные компоненты относятся теперь уже к двум различным периодам, связанным с частотами $2\omega_1$ и $2\omega_2$. С другой стороны, ни S_{12}, ни S_{21} не могут содержать активных компонент, т.к. при умножении напряжений на токи в них происходит вычитание и сложение двух положительных различных (а не одинаковых) частот. Поэтому эта сумма должна быть равной сумме двух реактивных компонент, соответствующих разности и сумме частот ω_1 и ω_2 (в пределе, при равенстве частот, получаем 0 и 2ω).

Если бы мы имели не две, а большее число гармоник, то получили бы соответственное число пар слагаемых для всевозможных сумм и разностей частот (в том числе и одинаковых). Это означает, что наряду с колебаниями двойной частоты по отношению к каждой из воздействующих частот, мы должны ожидать колебаний с комбинационными частотами, равными разностям и суммам воздействующих частот.

2.9. Параллели с квантовой механикой

Таким образом, в рамках классической физики мы построили (в том числе для классического механического осциллятора) математический аппарат, который обычно считают имеющим исключительно “квантовый” генезис. В этом мало удивительного, поскольку мы, следуя Гейзенбергу, исходили из представления о координатах и импульсах, выраженных через комплексные числа. Именно поэтому (а вовсе не в силу, например, разрушительного действия измерений на квантовые состояния) сам основатель квантовой механики пришел к правилам коммутации, отличным от правил умножения действительных чисел.

На основании этих правил для характеристик чисто гармонического процесса и по аналогии с квантовой теорией можно с полной уверенностью ожидать существования “соотношения неопределенностей” и для комплексов в наших примерах (здесь речь идет о “математическом” аспекте). На самом деле оно сводится к тому, что оценка для дисперсии произведения отклонений значений комплексов P и Q (коммутатор которых равен $PQ^* - PQ^* = ip_m q_m$) от математического ожидания составит не менее $(p_m q_m/2)$.

Наличие даже одной колебательной составляющей порождает важные следствия. Так, в различные моменты времени мы будем наблюдать различные значения наблюдаемой величины в соответствии с фазой колебаний. Иными словами, если фаза нам не известна или не учитывается, то мы вынуждены говорить о некотором распределении значений наблюдаемой величины *во времени*. Более того, при наличии сдвига фаз у двух характеристик мы не сможем в данный момент времени (т.е. одновременно) определить, например, амплитуды значений обеих величин. И этот эффект не имеет никакого отношения к тайнам квантового мира и позволяет по-новому взглянуть на т.н. теорему о “скрытых” параметрах.

Если же мы имеем дело с набором гармонических колебаний, то появляется еще один важный эффект. Как было показано выше, возникают колебания с комбинационными частотами, равными разностям и суммам воздействующих частот. А как обстоит дело в квантовой механике? Как известно, Гейзенберг определил частоты

$$\omega_{mn} = \omega_m - \omega_n$$

(и соответствующие энергии $E_{mn} = \hbar\omega_{mn}$) для переходов из состояния с номером m в состояние с номером n . Таким образом, для *разностных* частот мы имеем адекватную аналогию между квантовомеханическим и развитым нами подходами.

Что касается *суммарных* частот, то в квантовой теории мы их не встречаем. Объяснение этому факту я предлагаю следующее. Как известно, видимое электромагнитное излучение охватывает диапазон частот от $4 \cdot 10^{14}$ до $7.5 \cdot 10^{14}$ Гц, что соответствует энергии перехода между электронными уровнями в атоме от 1.65 до

3.1 эВ. Именно на законах оптического излучения и основывались создатели квантовой механики. Если предположить, что только *разности* реальных частот колебаний в атоме лежат *внутри* оптического диапазона, а *суммы* этих частот имеют значительно *более высокие* значения, то можно понять, почему их наличие до сих пор игнорируется.

В свою очередь, объяснение такого различия в порядке величины между разностями и суммами частот я вижу в том, что *к энергии электронных уровней*, вычисляемой из нерелятивистского уравнения Шредингера, *должна прибавляться энергия покоя электрона*, равная 0.511 МэВ (что отвечает частоте волны более 10^{17} Гц). При вычислении *разности* частот это слагаемое исчезает, а вот при вычислении *суммы* частот - удваивается, что выводит излучение в диапазон гамма-квантов с энергией более 1 Мэв. Физически схема выделения или поглощения такой энергии может быть связана с аннигиляцией электрона и позитрона или их рождением из гамма-кванта, несущего достаточную энергию. Интенсивность подобных процессов должна быть весьма низкой, что в рамках нашей классической электротехнической модели может быть связано с ничтожной величиной фазового сдвига между напряжением u_m и током i_n в “перекрестном” слагаемом ($u_m \cdot i_n$) для мощности при таких высоких частотах.

2.10. О генераторах поглощения и возбуждения колебаний

Рассмотрим еще одну интересную аналогию. Для квантового осциллятора (в частности, фотона) через *операторы* координаты $\boldsymbol{q}$ и импульса $\boldsymbol{p}$ можно определить новые операторы :

$$\boldsymbol{a} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} [\, c\boldsymbol{q} + i\, c^{-1} \boldsymbol{p}]$$

$$\boldsymbol{a}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar}} [\, c\boldsymbol{q} - i\, c^{-1} \boldsymbol{p}]$$

где c = $\sqrt{m\omega}$. У оператора $\boldsymbol{a}^{+}$ отличны от нуля матричные элементы, отвечающие переходам n –> (n + 1), т.е переходу с увеличением квантового числа n на единицу. У оператора $\boldsymbol{a}$ отличны от нуля матричные элементы, отвечающие переходам n –> (n – 1), т.е переходу с уменьшением квантового числа n на единицу. Поэтому оператор $\boldsymbol{a}^{+}$ называют оператором рождения возбуждения, а оператор $\boldsymbol{a}^{-}$ оператором поглощения возбуждения.

Если перемножить эти операторы, строго соблюдая порядок умножения в смешанных членах, то получим:

$$\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{a}^{+} = \frac{1}{2\hbar} [c^2\boldsymbol{q}^2 + c^{-2}\boldsymbol{p}^2 + i\,(\boldsymbol{pq} - \boldsymbol{qp})]$$

$$\boldsymbol{a}^{+}\boldsymbol{a} = \frac{1}{2\hbar} [\, c^2\boldsymbol{q}^2 + c^{-2}\boldsymbol{p}^2 + i\,(\boldsymbol{qp} - \boldsymbol{pq})]$$

Поэтому

$$\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{a}^{+} - \boldsymbol{a}^{+}\boldsymbol{a} = 2\, i\, \frac{1}{2\hbar} (\boldsymbol{pq} - \boldsymbol{qp}) = i\,(\boldsymbol{pq} - \boldsymbol{qp})/\hbar$$

Поскольку $\boldsymbol{pq - qp} = (\hbar\boldsymbol{\delta} / i)$, где $\boldsymbol{\delta}$ – единичный оператор, то

$$\boldsymbol{a\,a^{+} - a^{+}a = \delta}$$

(Это соотношение справедливо для бозонов, тогда как для фермионов действует иное правило: $\boldsymbol{a\,a^{+} + a^{+}a = \delta}$).

Обратимся теперь к нашей модели классического осциллятора с использованием комплексов. Аналогия между двумя моделями не будет полной, поскольку квантовый осциллятор имеет существенно (пространственно) нелокальную природу. Это находит свое отражение в эквидистантности энергетических уровней, расстояние между которыми равно $\omega\hbar$. Если, однако, принять в качестве *внешнего* условия для классического осциллятора при наличии полигармонического процесса, что отношение энергий соседних гармоник равно $(E_{n+1})/(E_n) = (n+1)/n$, то очевидно, что отношение импульсов и координат составит $(p_{n+1})/(p_n) = (q_{n+1})/(q_n) = [(n+1)/n]^{1/2}$.

В нашей модели нетрудно также построить комплексы для генераторов поглощения и возбуждения колебаний, аналогичные операторам $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{a^{+}}$ и реализующие сходные конструкции. Действительно, представим усредненное действие D_{xy} для *двумерного* осциллятора в виде:

$$D_{xy} = Q_x{}^*P_y = p_m q_m (\cos\varphi + i \sin\varphi)$$

а сопряженную к нему величину – в виде:

$$D_{xy}{}^* = Q_x P_y{}^* = p_m q_m (\cos\varphi - i \sin\varphi)$$

где фазовый угол φ между колебаниями вдоль *различных* осей равен нулю для осциллятора 2-го рода и четверти периода – для осциллятора 1-го рода.

Введем теперь (нормированный на $\sqrt{p_m q_m}$) комплекс G_+ с помощью соотношения:

$$G_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos\varphi/2 + i \sin\varphi/2)$$

и сопряженный к нему комплекс G_-:

$$G_- = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos\varphi/2 - i \sin\varphi/2)$$

Заметим, что

$$2G_+ G_-{}^* = 2G_+G_+ = (\cos\varphi/2 + i \sin\varphi/2)^2 =$$
$$= (\cos^2\varphi/2 - \sin^2\varphi/2) + 2i \cos\varphi/2 \sin\varphi/2 = \cos\varphi + i \sin\varphi$$

и

$$2G_+{}^*G_- = 2G_- G_- = (\cos\varphi/2 - i \sin\varphi/2)^2 =$$
$$= (\cos^2\varphi/2 - \sin^2\varphi/2) - 2i \cos\varphi/2 \sin\varphi/2 = \cos\varphi - i \sin\varphi$$

Из самого определения величин G_+ и G_- получаем правила коммутации для этих комплексов:

$$[G_-, G_+] = i \sin \varphi, \quad \{G_-, G_+\} = \cos \varphi$$

Вычисление коммутационных параметров
для осцилляторов 1-го и 2-го рода

Параметр	**Осциллятор 1-го рода**	**Осциллятор 2-го рода**
Фазовый угол φ между Q_x и P_y	$\pi/2$	0
Угол φ/2	$\pi/4$	0
$G_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi/2 + i\sin\varphi/2)$	(1 + i)/2	$1/\sqrt{2}$
$G_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\varphi/2 - i\sin\varphi/2)$	(1 – i)/2	$1/\sqrt{2}$
$G_-^*G_+$	i/2	1/2
$G_+^*G_-$	- i/2	1/2
$[G_-, G_+]$	i	0
$\{G_-, G_+\}$	0	1

Заметим также, что произведения как квантовых операторов $\boldsymbol{aa^+}$ и $\boldsymbol{a^+a}$, так и введенных нами для классической модели комплексов $G^*_-G_+$ и $G_-G_+^*$, благодаря сответствующей нормировке являются безразмерными. Важное отличие состоит в том, что для квантового осциллятора нормировочный множитель произведения с размерностью действия (постоянная Планка $\hbar$) является универсальным, тогда как для каждого классического осциллятора он равен индивидуальному для него значению $p_m q_m$. Соответственно модуль каждого из двух комплексов G_+ и G_- по величине равен единице.

2.11. Возвращаясь к квантовой механике

Итак, в этой главе мы увидели, что в рамках классической модели осциллятора возникает математический аппарат, весьма сходный с тем, который используется при описании квантовых объектов. По-существу, мы просто вычленили одну из гармоник, сумму которых рассматривал в своей первоначальной теории Гейзенберг.

Коль скоро нашей исходной предпосылкой было наличие процессов, гармонически зависящих от *времени*, мы должны уточнить их место и значение в задачах квантовой механики. Не секрет, что нерелятивистская квантовая механика занимается в основном стационарными процессами. Как правило, решение уравнения Шредингера сводят к виду

$$\psi(t, r) = \exp(-iEt/\hbar)\, \psi_0(r),$$

где E – энергия, а ψ_0 – уже не зависящая от времени функция, которая ищется в соответствии с граничными условиями конкретной задачи. Чаще всего про множитель exp(-$Et/\hbar$) в дальнейшем вообще не вспоминают. Между тем, как мы видели, имеются все основания отнестись к этому гармоническому колебательному фактору с достаточным вниманием.

Наконец, заметим, что *среднее* значение *L* физической величины в квантовой механике дается выражением

$$L = \int \Psi^{*}\cdot\mathbf{L}\Psi\cdot dV$$

где **L** - оператор соответствующей физической величины. Здесь *усреднение по пространству* обеспечивается *интегрированием по объему*, тогда как структура подынтегрального выражения $\Psi^{*}\cdot\mathbf{L}\Psi$, как становится ясно из предшествующего изложения, соответствует *усреднению по времени*.

2.12. Кванты, время и пространство

Теперь я выношу на суд читателя тезис, который касается проблемы универсальности пространственно-временных отношений. Я буду говорить только о естествознании, еще точнее – о физике. Физика относится к числу наук, экспериментальная основа которых – измерение. Измерение, как известно, представляет собой количественное сравнение некоторой величины с эталоном, который не изменяется от измерения к измерению. Благодаря этому мы можем сравнивать затем между собой результаты различных измерений.

Основные измерения в физике – это измерение пространственных и временных отрезков с помощью, соответственно, некоторых линеек и часов. Поэтому нам необходимо ясное понимание того, на основании чего для *каждого* объекта и процесса во Вселенной мы имеем право надеяться на его измеримость в пространстве и во времени. В доквантовой физике из-за отсутствия универсальных линеек и часов эта *презумпция измеримости* была декларативным постулатом, смысл которого не только не был ясен, но и подвергся сильной ревизии при переходе к теории относительности.

Как мне кажется, квантовая механика впервые указала нам на “свет в конце туннеля”. Действительно, благодаря де Бройлю мы осознали, что каждому квантовому объекту отвечает некая волна его имени. Для параметров этой волны постулируется справедливость преобразований Лоренца. Поэтому *каждый* такой объект обладает как бы “встроенными” линейкой (длина волны) и часами (период волны). Все вместе эти объекты составляют вселенскую популяцию объектов, включенных таким образом в систему релятивистских пространственно-временных отношений. Точно так же экономическое сообщество какой-либо страны возникает и существует постольку, поскольку все его субъекты являются обладателями той или иной суммы денег. Не имеющий денег субъект выпадает из экономического сообщества. Если бы существовал объект, не обладающий волной де Бройля, он бы выпал из системы пространственно-временных отношений.

Эта мысль может иметь нетривиальное развитие. Возможно, специфическая квантовая нелокальность связана именно с тем, что *изолированые* от внешнего мира (*в промежутках между взаимодействиями*) квантовые объекты *не обладают* (строго определенной) волной де Бройля и/или занимаемая ими пространственно-временная область обладает совершенно иной метрикой. Только благодаря взаимодействию и в процессе его осуществления волна де Бройля возникает как реальный атрибут объекта и реализует пространственно-временное воплощение объекта.

Величиной, обратной к периоду, является частота. Величиной, обратной к длине волны, является так называемый пространственный волновой вектор. Частота и три пространственные компоненты волнового вектора волны де Бройля образуют 4-вектор, с точностью до постоянной Планка равный вектору энергии-импульса ассоциированного с волной объекта. Если постулировать, что этот 4-вектор инвариантен относительно преобразований Лоренца, то уже отсюда следует исключительно важный вывод: все объекты подчиняются соотношениям теории относительности именно в той степени и именно потому, что их “встроенные” часы и линейки ведут себя инвариантно относительно преобразований Лоренца.

Необходимо, разумеется, отметить следующее важное обстоятельство. Мы связали с существованием волны де Бройля такое измеримое свойство пространства-времени, как его протяженность. Однако время характеризуется еще одним фундаментальным свойством, которое можно назвать существованием хода времени, или стрелы времени. С этим связана, в частности, необратимость многих явлений. Насколько можно судить, волна де Бройля здесь не только “не при чем“, но и, напротив, инвариантна по отношению к ходу времени. В моих работах течение и стрела времени связываются с расширением Вселенной, которое я приписываю внешним по отношению к самой Вселенной факторам.

3. НЕЛОКАЛЬНОСТЬ КВАНТОВОГО МИРА

3.1. Введение

Теперь мы обратимся к радикальному отличию квантовых объектов от классических. Речь пойдет о нелокальности, которая изначально присуща квантовому миру. Нелокальность проникает в квантовую теорию как бы в три этапа. На первом этапе от локализованной частицы переходят к распределенной волновой функции, на втором этапе волновой функции ставят в соответствие не отдельную частицу, а *поле* частиц соответствующего сорта. На третьем этапе вместо координатной волновой функции переходят к функции от чисел заполнения, к операторам поглощения и рождения частиц, т.е. к динамике.

Условия квантования и все законы квантовой теории по самомой своей природе имеют глобальный характер, что достаточно ясно проявляется в теореме Белла, парадоксе Эйнштейна – Подольского - Розена, теории и практике опытов по квантовой телепортации. В квантовой теории в общем случае не существует никаких пространственных (и временных) ограничений на нелокальные взаимодействия. Представление о свободной частице, не взаимодействующей ни с чем, по сути заменяется в квантовой механике представлением о волне, периоды которой заполняют и как бы “чувствуют” одновременно всю Вселенную.

В этой главе мы постараемся представить эту нелокальность, так сказать, в явном виде. Нам предстоит ответить на два фундаментальных вопроса. Один из них – о сущности универсальной постоянной Планка. Второй – о физическом смысле волновой функции. Обе указанные проблемы тесно связаны с *пространственным* аспектом описания квантовомеханических объектов.

3.2. У истоков волновой функции

В 1923 г. Луи де Бройль сопоставил произвольной *покоящейся* частице с массой покоя m некоторый колебательный процесс вида

$$\psi\ (t) = A \sin \omega t,$$

круговая частота ω которого связана с энергией покоя условием:

$$\omega\hbar = mc^2$$

Согласно теории относительности, в *движущейся* со скоростью v системе отсчета (помеченной штрихом) наблюдатель зарегистрирует *бегущую* волну вида

$$\psi'\ (x', t') = A \sin \omega_1(t' + x'v/c^2),$$

длина λ' которой выражается через (релятивистский) импульс p' частицы хорошо известным соотношением $\lambda'=h/p'$, а частота $\omega_1=\omega/(1 - v^2/c^2)^{1/2}$.

Таким образом, возникновение “квантовой” волны *в пространстве* сам де Бройль связал с наличием гармонических колебаний *во времени*. Развивая эту идею, воспользуемся представлениями о природе времени, изложенными в **[Шульман, 2003]**. Согласно этим представлениям, ось времени – это нормаль к 3-мерному пространству в 4-мерном континууме с евклидовой метрикой. Переход частицы от покоя к движению отвечает отклонению мировой линии от нормали на угол, *синус* (а не тангенс) которого равен v. Вследствие этого колебания вдоль оси времени частично трансформируются в колебания вдоль пространственной оси. Очень условно максимумы этих колебаний можно было бы представить себе в виде совокупности продольных периодических *осцилляторов*, так что их пространственный период отвечал бы длине волны, а число осцилляторов соответствовало бы числу волн, укладывающихся в области существования колебаний.

3.3. Физический смысл постоянной Планка

Теперь я готов предложить читателю свой ответ на вопрос о том, почему коммутатор действия для классического осциллятора зависит только от его локальных характеристик, а для квантового осциллятора определяется универсальной мировой постоянной. При переходе к квантовой механике заменяют индивидуальную константу действия ($D_m = p_m q_m/2$) на постоянную Планка. При этом можно предположить, что постоянным окажется и произведение $p_m q_m$ для всех осцилляторов, и что этому обстоятельству удастся найти естественное обоснование.

Это обоснование я связываю с тем, что квантовый осциллятор сам по себе является сугубо нелокальным объектом, и *каждый такой осциллятор ограничен условием квантования, в которое входит характерный размер Вселенной в целом*. Независимо от того, идет ли речь о частице в потенциальной яме конечной ширины или о свободной частице, использование условий квантования означает отказ от представлений о локальной частице.

Рассмотрим вначале нерелятивистское описание частицы в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной b. Эта классическая задача квантовой механики имеет хорошо известное решение (полученное из уравнения Шредингера), согласно которому волновая функция описывается гармоническим законом

$$\psi(x) = A \sin(2\pi q/\lambda + \alpha),$$

где A и α – константы, $\lambda = (2mE/\hbar^2)^{½}$ – длина волны, уровни энергии частицы E квантуются и равны (m - масса частицы):

$$E_n = \pi^2 \hbar^2 n^2/2mb$$

Поскольку из условий квантования следует, что

$$2\pi/\lambda = \pi n/b$$

то сразу получаем, что

$$\lambda_n = 2b/n$$

и, в частности, наименьшее значение (т.е. λ_1) равно удвоенной ширине потенциальной ямы. Что касается импульса, то его квантованные уровни равны

$$p_n = \pi\hbar n/b = 2\pi\hbar/\lambda_n = h/\lambda_n$$

Таким образом, приняв величину импульса частицы в потенциальной яме заданной, мы однозначно фиксируем и длину волны де Бройля, отвечающей частице. Мы также приходим к неизбежному выводу, что для такой потенциальной ямы конечной ширины величина произведения ее импульса на длину волны де Бройля *всегда* равна константе h. Единственное разумное объяснение *неизменности* этого произведения состоит в том, что (по крайней мере, в данной задаче) *импульс* с точностью до масштабного множителя *совпадает с числом (полу)периодов волновой функции*.

Как известно, исторически уравнение Шредингера было выведено его автором путем обобщения выражения для волны де Бройля свободной частицы. Небесполезно проделать обратный путь – от потенциальной ямы вернуться к свободной частице, сделав при этом одно существенное предположение. Это предположение состоит в том, чтобы считать *размер Вселенной конечным*, хотя и очень большим. Оно согласуется с концепцией, предложенной (в том числе) в [**Шульман, 2003**].

Начнем мысленно увеличивать ширину потенциальной ямы до тех пор, пока один ее край не совместится (в конечной и замкнутой Вселенной) с другим краем. Бесконечно высокие энергетические стенки ямы как физические ограничители местоположения частицы нам больше не требуются, поскольку математическое условие квантования останется тем же – число полуволн должно быть целым. Вместе с тем длина волны теперь выражается не через более или менее произвольный размер ямы, а через периметр Вселенной.

Поскольку мы ничего не меняли в формальной постановке задаче, по-прежнему произведение длины волны на импульс (теперь уже свободной) частицы должно быть равно постоянной Планка. Что очень важно и нетривиально, хотя и предсказуемо, так это возникающая для *конечной* Вселенной *дискретность* значений спектра импульсов и соответствующих длин волн. И мы, как и выше, можем объяснить ее выполнением простого аналога правила Бора.

Фундаментальная связь между импульсом и длиной волны остается той же самой и для фотона - частицы с массой покоя, равной нулю. Как известно, импульс фотона $p_ф$ связан с его длиной волны λ соотношением

$$p_ф = h/\lambda$$

т.е. тем же самым, что и для квантовой частицы с ненулевой массой покоя.

В связи с вышесказанным может быть предложена новая интерпретация соотношения неопределенностей (“физический” аспект), которая справедлива даже применительно к чисто гармонической волне. Так, при одновременном измерении координаты и импульса мы, по-существу, “ловим” частицу в специально созданную измерительным устройством потенциальную яму. Коль скоро частица *реально зафиксирована* в такой яме, то ясно, что длина соответствующей ей волны *не больше* удвоенного размера потенциальной ямы. Поскольку произведение длины полуволны на импульс (число полуволн по периметру Вселенной) фиксировано, то значение импульса должно быть *не меньше*, чем отношение константы $\hbar$ к размеру ямы.

Точно так же, если зафиксировано произведение полупериода волны на ее энергию, то значение энергии должно быть *не меньше*, чем отношение константы $\hbar$ к временному интервалу измерения, что позволяет объяснить туннельный эффект.

3.4. Постоянная Планка и возраст Вселенной

Если все высказанные рассуждения справедливы, если постоянство произведения числа полуволн на длину этой полуволны действительно связано с тем фактом, что длина полуволны *по определению* равна длине базы, деленной на число полуволн, то постоянная Планка должна быть пропорциональна периметру Вселенной. Иными словами, для периметра Вселенной L должно выполняться соотношение

$$L = h/p_1$$

где p_1 – наименьший возможный импульс свободной частицы во Вселенной. Таким образом, эта новая величина принимает статус фундаментальной константы взамен постоянной Планка h. Сама же постоянная Планка теперь оказывается зависимой от радиуса Вселенной, т.е. от ее возраста.

В работе [**Шульман, 2003**] я высказывал убеждение, что энергия в расширяющейся Вселенной не должна сохраняться, т.к. *физические свойства Вселенной оказываются зависящими от ее возраста*. Так, представляется очевидным, что от возраста Вселенной зависят компоненты фундаментального метрического тензора. Теперь же выясняется, что принципы квантовой механики позволяют выявить зависимость от возраста (и размера) Вселенной конкретных физических параметров, входящих в основные физические законы.

В частности, как было показано еще А. Эйнштейном, энергия фотона равна произведению его частоты на постоянную Планка. Таким образом, если считать длину волны фотона неизменной во времени (а в работе [**Шульман, 2003**] я исхожу именно из этого), то с расширением Вселенной энергия фотонов линейно растет. Этот факт прекрасно согласуется с ранее полученным мною выводом о линейном же росте со временем массы вещества во Вселенной. Иными словами, и вещество с ненулевой массой покоя, и электромагнитное излучение испытывают одинаковое приращение энергии, так что соотношение между ними остается неизменным. При этом в конечном счете производная $\partial\psi/\partial t$ в уравнении Шредингера оказывается не зависящей от возраста Вселенной. Обобщая этот результат, можно заметить, что частоты и волновые векторы фундаментальных квантовых объектов не зависят от возраста Вселенной, тогда как энергия и импульс, отвечающие этим объектам, в силу неоднородности времени возрастают в ходе его течения.

Если наша гипотеза о росте $\hbar$ с увеличением возраста Вселенной справедлива, то и произведение погрешностей одновременного определения сомножителей в левой части соотношения неопределенностей должна увеличиваться пропорционально возрасту Вселенной. Это следует понимать в том смысле, что *абсолютная* величина погрешности величин Δp (или ΔE в соотношении $\Delta E \Delta t \geq \hbar$) увеличивается пропорционально соответствующему увеличению p (и E), тогда как *относительная* погрешность определения $\Delta p/p$ и $\Delta E/E$ не изменяется.

3.5. Нелокальность и спин

Напомним, что с энергией покоя связана определенная частота колебаний $\omega = mc^2/\hbar$. Как мы видели во 2-й главе, бозонам можно поставить в соответствие двумерные осцилляторы 1-го рода, для которых колебания вдоль двух различных пространственных осей точно совпадают по фазе. Это значит, что их энергию покоя действительно можно считать строго колебательной.

В то же время фермионам отвечают двумерные осцилляторы 2-го рода. Поскольку для них колебания вдоль одной пространственной оси сдвинуты на четверть периода относительно колебаний вдоль другой оси, то в целом энергия покоя должна теперь рассматриваться как энергия вращения. Соответствующая часть действия для рассматриваемой системы в приближении малой скорости равно $D = mcr$. В квантовой механике мы должны считать все подобные объекты нелокальными, т.е. считать, что гармоники радиуса пробегают значения от де-Бройлевской волны до периметра Вселенной. Поэтому следует заменить индивидуальное в классическом случае значение D на универсальную константу $\hbar$. С учетом наличия у рассматриваемой системы двух степеней свободы, на каждую из них приходится $\hbar/2$. Амплитуда 1-й гармоники двумерных колебаний оказывается порядка радиуса электрона.

3.6. Теорема Белла и опыты Аспека

Ранее мы уже упоминали теорему и неравенства Белла, позволяющие теоретически определить критерий нелокальности теории и экспериментально установить ее принадлежность к этому классу. Рассмотрим идеи Белла подробнее, следуя замечательной работе **[Аспек, 2000]**.

Белл предположил существование некоторого *локального* параметра (или группы таких параметров), обозначенного им через λ. Пусть один фотон каждой разлетающейся ЭПР-пары регистрируется с одной стороны от источника пар анализатором I, а другой фотон – с противоположной стороны анализатором II. Распределение параметра λ по ансамблю пар Белл определил функцией $\rho(\lambda)$. Для данной пары, характеризуемой данным параметром λ, результаты измерения задаются функциями, принимающими только два возможных значения поляризации: +1 и –1):

$$A(\lambda,\mathbf{a}) = \pm 1 \quad \text{в анализаторе I (с ориентацией } \mathbf{a}\text{)}$$

$$B(\lambda,\mathbf{b}) = \pm 1 \quad \text{в анализаторе II (с ориентацией } \mathbf{b}\text{)}$$

Конкретная теория *локального* параметра полностью определяется явным видом функций $\rho(\lambda)$, $A(\lambda,\mathbf{a})$ и $B(\lambda,\mathbf{b})$. Через можно выразить вероятности различных результатов измерения. Например, корреляционная функция определяется простым соотношением

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b})$$

Рассмотрим теперь величину

$$\begin{aligned} s &= A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b}) - A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b'}) + A(\lambda,\mathbf{a'})\, B(\lambda,\mathbf{b}) + A(\lambda,\mathbf{a'})\, B(\lambda,\mathbf{b'}) = \\ &= A(\lambda,\mathbf{a})\, [B(\lambda,\mathbf{b}) - B(\lambda,\mathbf{b'})] + A(\lambda,\mathbf{a'})\, [B(\lambda,\mathbf{b}) + B(\lambda,\mathbf{b'})] \end{aligned}$$

Учитывая, что четыре числа A и B принимают только значения ±1, простой анализ второй строки этого выражения показывает, что

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = \pm 2$$

Усредняя *s* по λ, находим, что значение этой величины заключено между +2 и –2:

$$-2 \le \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) \le 2$$

Мы можем переписать эти неравенства в виде

$$-2 \le S(\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) \le 2$$

где

$$S(\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b'}) + E(\mathbf{a'}, \mathbf{b}) + E(\mathbf{a'}, \mathbf{b'})$$

Это и есть неравенство Белла в обобщенной форме (CHSH), которое сформулировали Клаузер, Хорн, Шимони и Холт. Оно содержит комбинацию S четырех *коэффициентов корреляции* для поляризации, связанных с двумя направлениями анализа для каждого поляризатора (**a** и **a'** для поляризатора I, **b** и **b'** для поляризатора II). Подчеркнем: при выводе в явной форме предположено, что результат $A(\lambda,\mathbf{a})$ измерения поляризации поляризатором I не зависит от ориентации **b** поляризатора II, и наоборот (требование локальности). Действительно, ясно, что приводимые рассуждения для величин $A(\lambda,\mathbf{a},\mathbf{b})$ или $\rho(\lambda,\mathbf{a},\mathbf{b})$ перестают быть справедливыми.

Между тем, только что выведенное неравенство может нарушаться в квантовой механике. Для установления этого факта найдем наибольшее расхождение между ее предсказаниями и неравенством Белла. Квантовая механика предсказывает выражение:

$$S_{КМ}(\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = \cos 2(\mathbf{a},\mathbf{b}) - \cos 2(\mathbf{a},\mathbf{b'}) + \cos 2(\mathbf{a'},\mathbf{b}) + \cos 2(\mathbf{a'}, \mathbf{b'})$$

Оно является функцией только трех независимых переменных $(\mathbf{a},\mathbf{b})$, $(\mathbf{b},\mathbf{a'})$ и $(\mathbf{a'},\mathbf{b'})$. Действительно, четвертый угол выражается через три остальных:

$$(\mathbf{a},\mathbf{b'}) = (\mathbf{a},\mathbf{b}) + (\mathbf{b},\mathbf{a'}) + (\mathbf{a'}, \mathbf{b'})$$

Из соображений симметрии очевидно, что экстремумы функции S достигаются при равных значениях углов $(\mathbf{a},\mathbf{b})$, $(\mathbf{b},\mathbf{a'})$ и $(\mathbf{a'}, \mathbf{b'})$. Поэтому каждый из них можно обозначить через одну и ту же величину θ и далее искать экстремумы функции одной переменной

$$S_{КМ}(\theta) = 3\cos 2\theta - \cos 6\theta$$

Ее экстремумы достигаются при условии

$$\sin\theta = \sin 3\theta$$

График этой одномерной функции приведен на рис. 3.1. Конфликт с неравенствами Белла возникает при $|S_{КМ}| > 2$

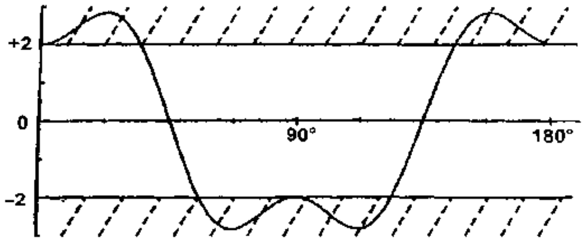


Рис. 3.1. $S_{КМ}$ (θ), предсказываемая квантовой механикой для ЭПР-пар.

Автор работы **[Аспек, 2000]** вместе со своей группой в Оптическом институте в Париже в течение ряда лет провел серию опытов, надежно подтвердивших нелокальный характер квантовой механики. Тест неравенств Белла должен был, в том числе, обеспечить возможность переключения в случайные моменты времени ориентации каждого поляризатора. Шаг в направлении к этому идеальному эксперименту основан на нижеприведенной схеме (рис. 3.2).

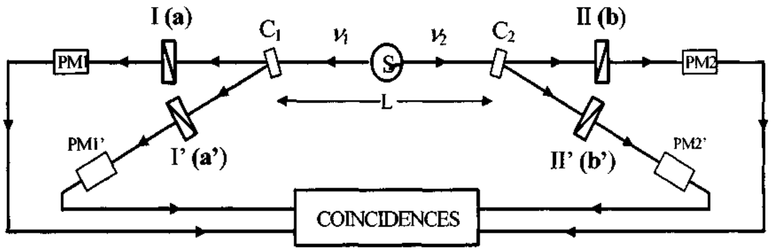


Рис. 3.2. Схема эксперимента Аспека с переключаемым углом ориентации поляризатора.

В этой схеме каждый (одноканальный) поляризатор заменен установкой, обеспечивающей переключение устройства, за которой расположены два поляризатора с различными ориентациями: **a** и **a'** на стороне I, **b** и **b'** на стороне II. Оптический переключатель C_1 может быстро перенаправить падающий свет либо на поляризатор с ориентацией **a**, либо на поляризатор с ориентацией **a'**. Эта установка, таким образом, эквивалентна регулируемому поляризатору, переключаемому между двумя ориентациями **a** и **a'**. Подобная же установка имеется и с другой стороны, она эквивалентна поляризатору, переключаемому между ориентациями **b** и **b'**. В эксперименте расстояние *L* двумя переключателями составляло 13 *м,* а значение *L/c* равнялось 43 *нс.*

Переключение света осуществлялось устройством, действие которого базируется на акустооптическом взаимодействии света со стоячей волной в воде. Угол падения (угол Брэгга) и акустическая мощность регулировались полным переключением между 0-й и 1-й зонами дифракции. Функция переключения определялась при этом выражением $\sin^2[(\pi/2)\cos\Omega_0 t]$, где акустическая частота $\Omega_0/2\pi$ равна примерно 25 *МГц.*

Изменение частоты эквивалентного регулируемого поляризатора осуществлялось через неравные интервалы 6.7 *нс* и 13.3 *нс.* Поскольку эти интервалы, как и задержка между испусканием двух фотонов пары (среднее значение τ_r = 5 *нс*), были малы в сравнении с *L/c* (43 *нс*), то детектируемое событие с одной стороны и соответствующее изменение ориентации с другой стороны были разделены пространственно-подобным интервалом. Следует отметить, правда, что переключение не было истинно случайным, а скорее квазипериодическим.

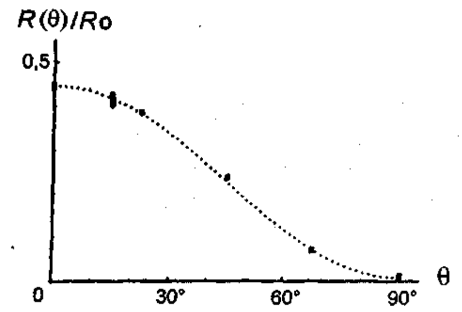


Рис. 3.3. Динамический эксперимент: средняя нормализованная интенсивность совпадений как функция относительной ориентации поляризаторов. Указана величина погрешности +1 стандартное отклонение. Пунктирная кривая – не результат сглаживания экспериментальных данных, а предсказание квантовой механики для данного эксперимента.

Проверка неравенств Белла включала суммарно 8000 *с* накопления данных с 4 поляризаторами с критическими ориентациями. В конечном счете авторы получили

$$S_{\text{эксп}} = 0.101 \pm 0.020$$

что превышает верхний предел неравенств Белла на 5 стандартных отклонений и дает хорошее согласие с предсказаниями квантовой механики:

$$S_{\text{КМ}} = 0.113 \pm 0.005$$

Измерения интенсивности совпадений были выполнены для сравнения с квантовой механикой при различных значениях углов. Как показано на рис. 3.3, результаты хорошо согласуются с предсказаниями квантовой механики.

3.7. Обсуждение теоремы Белла

Результаты Белла оказались весьма неожиданными. С одной стороны – сам результат неоспорим, квантовая механика действительно уже на теоретическом уровне конфликтует с неквантовыми представлениями о (релятивистской) локальной причинности . С другой – во всех публикациях, посвященных этой великой теореме, с важным видом воспроизводится утверждение о таком конфликте, но нигде, насколько мне известно, не обсуждаются *причины* этой ситуации. Может показаться, что результаты Белла носят совершенно случайный характер, тем более, что к своей теореме он пришел после многолетних исследований в общем-то иной проблемы – возможности построения квантовой теории со скрытыми переменными, оспаривая (и весьма доказательно) соответствующее утверждение фон Неймана. Я бы сказал, что подобно Колумбу (нашедшему Америку вместо Индии), Белл пытался решить проблему *неполноты* квантовой механики, а открыл *нелокальность* последней.

Возникают по меньшей мере два вопроса:

(1) Возможны ли в принципе другие теории и другие предсказания, также конфликтующие с локальным реализмом?

(2) Какие именно исходные положения квантовой механики с необходимостью ведут к ее нелокальности?

Чтобы ответить на первый вопрос, обратимся к ярким примеру из работы **[Аспек, 2000]** – основанной на *классических представлениях о локальной причинности* модели, в которой каждый фотон, распространяющийся вдоль оси Oz, предполагается *имеющим* хорошо определенную линейную поляризацию, задаваемую своим углом λ с осью x. Чтобы учесть *жесткую корреляцию* (обусловленную *общим происхождением*), предполагается, что два фотона одной и той же пары испускаются с одной и той же линейной поляризацией, определенной общим углом λ, а поляризация различных пар распределена случайным образом, не зависящим от этого угла. Далее, пусть θ_{I} и θ_{II} указывают ориентацию поляризаторов, и $A(\lambda,\mathbf{a})$ принимает значение +1, когда поляризация первого фотона характеризуется углом меньше π/4 относительно направления анализа **a**, и значение –1 для дополняющего случая (поляризация ближе к перпендикуляру относительно **a**); аналогично для второго фотона и $B(\lambda,\mathbf{b})$. Для этой понятной модели можно вычислить вероятности различных результатов измерений и корреляционную функцию.

Ниже на рис. 3.4 показан замечательный результат вычислений. Казалось бы, разница между предсказаниями приведенной простой (классической) модели и предсказаниями квантовой механики всюду небольшая, а для углов 0, ±π/4 и ±π/2 предсказания точно совпадают (жесткая корреляция). Однако эта разница имеет принципиальное значение.

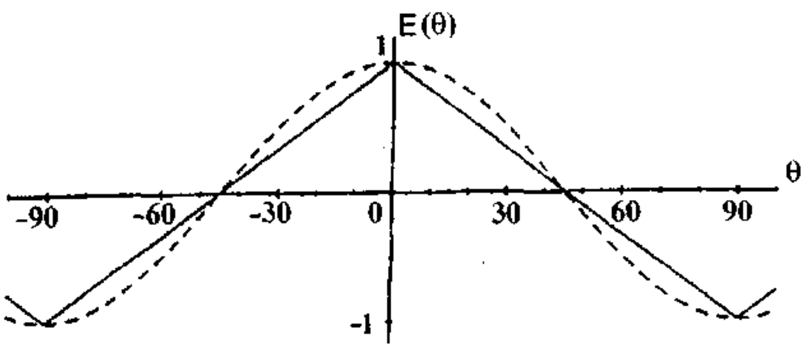


Рис. 3.4. Корреляционный коэффициент E(θ) поляризации как функция относительной ориентации поляризаторов:

пунктирная линия – предсказание квантовой механики;

сплошная линия – классическая локальная модель.

Для такой классической модели корреляционная функция описывается соотношением

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 1 - 4|(\mathbf{a},\mathbf{b})| / \pi \ , \quad \text{где} \quad -\pi/2 \leq (\mathbf{a},\mathbf{b}) \leq \pi/2$$

а соответствующее выражение для одномерной функции $S_{лок}(\theta)$, везде удовлетворяя неравенству Белла, оказывается вообще не зависящей от аргумента θ:

$$S_{лок}(\theta) = 3E(\theta) - E(\mathbf{3}\theta) = 3*[1 - 4|\theta|/\pi] - [1 - 12|\theta|/\pi] = 2$$

Примечание: Заметим, что для функции $S(\theta)$ взяты 4=3+1 разных угла, один из которых есть сумма *трех* остальных. По всей вероятности, вместо числа 3 независимых углов можно взять любое число N от 2 и более. Суть состоит в сравнении композиции N *независимых* углов с результатом для суммы этих углов. Иными словами, мы будем иметь дело с функцией $S(\theta) = NE(\theta) - E(\mathbf{N}\theta)$, причем для классической модели всегда получим $S(\theta) = N - 1$.

Очень похоже, что именно независимость $S(\theta)$ от θ для локальной классической модели является решающим фактором, определяющим принципиальное различие между теориями с дополнительным параметром и теориями без таковых (как, например, квантовая механика). Но независимость $S(\theta)$ от θ является прямым следствием условия линейности $S(\theta_1+ \theta_2) = S(\theta_1) + S(\theta_2)$. Если так, то именно *нелинейная* зависимость вероятности совпадений и несовпадений в квантовой механике является фактором, определяющим ее нелокальность.

Обратимся еще раз к примеру Аспека. Там введены углы θ_I и θ_{II}, указывающие ориентацию поляризаторов. Условие локальности в действительности требует ввести несколько иные аргументы, а именно разности $(\theta_I - \theta)$ и $(\theta_{II} - \theta)$, где θ –- общее начальное условие. Далее, нас интересует функция совпадений (или функция несовпадений, или корреляционный коэффициент) $f\{(\theta_I - \theta), (\theta_{II} - \theta)\}$, и мы надеемся на то, что в конечном случае эта функция будет иметь вид $f\{\theta_I - \theta_{II}\}$, т.е начальное условие θ "выпадет" из окончательного выражения по аналогии с формулой квантовой механики. Но для произвольных значений θ_I и θ_{II} это возможно, по-видимому, только при линейной функции

$$f\{(\theta_I - \theta), (\theta_{II} - \theta)\} = A[(\theta_I - \theta) - (\theta_{II} - \theta)] + B = A(\theta_I - \theta_{II}) + B$$

что в точности справедливо применительно к примеру Аспека.

Поскольку квантовая механика предсказывает нелинейную функцию для вероятности совпадений вида $\cos^2(\theta_I - \theta_{II})$, постольку она и не может быть теорией с общим начальным условием локального типа. Очевидно, *любая* теория, дающая *нелинейную* зависимость относительно $(\theta_I - \theta_{II})$, также не может быть теорией такого типа.

Следующий (второй) вопрос – а почему квантовая механика дает относительно $(\theta_I - \theta_{II})$ нелинейное предсказание? Ответ на этот вопрос непосредственно связан с аксиоматикой квантовой механики, с представлением о векторах состояний и углах между ними (в реальном пространстве и в пространстве Гильберта).

3.8. Гипотеза о двухуровневом строении материи

Нелокальность квантового мира проявляется не только в идентичности характерного размера осцилляторов и существовании универсальной константы действия. Все проблемы квантовой теории глубоко связаны между собой и не могут быть решены по отдельности. Почему квантовая теория дает вероятностные предсказания? Каким образом происходит редукция волновой функции при измерении? Связан ли исход физических событий с наличием наблюдателя? С другой стороны, почему классическая причинность радикально отличается от квантовой (ЭПР) и почему законы для крикетного шара иные, чем для электрона **[Пенроуз, 2003]** ? Р Пенроуз пишет: “Часто высказывают мнение, что в некотором подходящем пределе квантовые описания атомов (или элементарных частиц, или молекул) с необходимостью переходят в классические ньютоновские описания, когда система увеличивается в размерах и усложняется. Но в такой формулировке *такое утверждение просто неверно*.”

Теперь я попытаюсь дать нетривиальный ответ на вопросы, приведенные в начале этого подраздела. Корпускулярно-волновой дуализм представляет собой своего рода гордиев узел, который, как я считаю, развязать невозможно, но можно лишь разрубить, заплатив за это, разумеется, соответствующую цену. Поэтому попробуем уяснить себе, какие утверждения мы должны принять как первичные факты, что бы мы об этом ни думали. Эти факты заключаются в том, что:

- Существуют субатомные объекты, описываемые некоторой волновой функцией, при этом мы в принципе можем предсказывать их будущее состояние лишь вероятностным (не однозначным) образом.
- Существуют классические объекты, для которых прекрасно работают законы обычной физики и детерминистический принцип причинности.

Попробуем теперь, исходя из признания этих фактов, развить более или менее последовательную систему взглядов. Самое главное утверждение, которое я предлагаю принять, кажется мне почти очевидным:

Материя в природе организована на двух уровнях.

Верхний уровень – это, конечно же, те классические объекты, с которыми так хорошо работает традиционная физика 19-го столетия. Их поведение строго причинно в смысле классического детерминизма. Поэтому в общем случае для классического процесса можно легко определить направление времени, точнее, отличить одно направление от противоположного.

Эволюцию во времени состояния классических объектов в некотором смысле можно уподобить линейной цепочке из кубиков, на каждом из которых нанесена какая-либо буква. Из набора таких кубиков, помеченных символами, можно составлять самые разные цепочки, образующие слова. В общем случае движение от начала цепочки к концу не симметрично движению в обратном направлении, так что эти два направления можно легко различить (например, цепочка, образующая слово “физика”, начинается с буквы “ф”, а кончается буквой “а”).

Материя на нижнем уровне представлена как раз в виде тех самых отдельных кубиков-букв, из которых составляются образующие верхний уровень цепочки. Для нее (субатомной материи) эволюция во времени – это нечто совсем иное, чем для классических объектов (по форме кубик симметричен по отношению к началу и концу, так же, как звук “а-а-а-а”, представляющий букву “а”, симметричен во времени). Обычный принцип причинности здесь не пригоден, поскольку состояние квантового объекта зависит как от начальных, так и от финальных условий.

В самом деле, что означает выражение “вероятностное” описание? Почему квантовая механика оперирует с вероятностями событий? Почему в простейших случаях она предписывает вычислять вероятности в виде интегралов по всем возможным комбинациям финальных условий (исходов)? Ответ на эти вопросы, доставившие столько головной боли идеологам квантовой физики, с моей точки зрения тривиален. Случайность *не* присуща природе вещей как таковой, это просто наш *способ апостериорной оценки* доли определенных исходов по отношению к полной группе исходов. Называя исход *случайным*, мы утверждаем лишь то, что полная информация о нем определяется не ранее момента (конца интервала времени) завершения события. Если для цепочки локальных во времени событий мы теоретически можем предсказать исход последних из них или сузить круг возможных исходов, то для нелокальных явлений это по определению невозможно, и остается лишь использовать вероятностные оценки.

Итак, мы должны признать за квантовой материей, или материей нижнего уровня особые свойства, отличные от свойств классических объектов. Размеры квантовых объектов при этом далеко не всегда микроскопичны. Об этом свидетельствуют явление сверхпроводимости, опыты по телепортации, и т.п. Так, тот же Р. Пенроуз рассматривает мысленный опыт с двумя скоррелированными фотонами, удалившимися один от другого на сотни световых лет.

Таким образом, несмотря на успешное нахождение нами классических аналогов квантовых коммутаторов, материя на нижнем уровне все же обладает удивительными и непривычными свойствами. Квантовая экзотика характерна именно для материи нижнего уровня, и ее суть заключается в том, что объекты и волновые процессы этого уровня принципиально *нелокальны* в пространстве и времени. Это значит, что они охватывают целостную область пространства-времени и физически определены сразу всей совокупностью своих граничных (в пространстве), начальных и финальных условий, т.е. всей своей 4-мерной границей. Наблюдения и измерения не могут дать неразрушающую информацию о том, что происходит внутри нелокального объекта или что происходит с ним в промежуточный момент времени, так как неизбежно изменяют состояние этой 4-мерной границы, т.е. разрушают конфигурацию нелокальной системы.

Возможно, подобная нелокальность связана с чем-то похожим на черные дыры, т.е. с возмущением метрики пространства – времени в соответствующих областях. Также возможно, что удаленные в пространстве – времени точки обычного 4-мерного в пространстве – времени связаны между собой своеобразным “мостиком” – областью, лежащей вообще вне этого пространства, в скрытых измерениях, где нет времени и поэтому нет ни передачи энергии, ни скорости взаимодействия.

4. ИЗМЕРЕНИЯ И СУПЕРПОЗИЦИЯ СОСТОЯНИЙ

4.1. Декогеренция и необратимость

Джон фон Нейман в упомянутой монографии **[фон Нейнман, 1932]** рассмотрел эволюцию квантовой системы и указал два ее возможных типа (1 и 2). Если процесс 2 (U-процедура по классификации Р. Пенроуза) соответствует унитарной эволюции и обратимому уравнению Шредингера, то процесс 1 (R-процедура по Пенроузу) отвечает необратимому процессу измерения, при котором реализуется только одна из квантовых альтернатив, т.е. происходит неунитарная редукция (коллапс) волновой функции. С такой R-процедурой связан целый комплекс проблем, которые не только выходят на все более заметный план, но и активно исследуются в последние десятилетия экспериментально.

Одной из таких ключевых проблем при этом является следующая: почему наш мир “классичен” (т.е. почему в обычной жизни мы никогда не встречаем системы в состоянии квантовой суперпозиции, а только лишь в одном из альтернативных состояний)? Р Пенроуз пишет: “Часто высказывают мнение, что в некотором подходящем пределе квантовые описания атомов (или элементарных частиц, или молекул) с необходимостью переходят в классические ньютоновские описания, когда система увеличивается в размерах и усложняется. Но в такой формулировке *такое утверждение просто неверно*” (что далее в оригинальном тексте и аргументируется).

Заметим, что данный вопрос имеет и весьма практическое значение, поскольку в квантовых компьютерах используются именно состояния с суперпозицией, которые не только должны храниться в течение произвольного времени, но и подвергаться операциям, не приводящим к утрате их специфически квантового статуса.

Претензии на решение этой проблемы активно декларируются современным научным направлением, которое принято называть теорией *декогеренции*. Вот что пишет один из создателей этой теории **[Зурек, 2002]** (перевод мой – М.Х.Ш.):

> Проблема измерения имеет долгую и очень занимательную историю. Первое широко распространенное объяснение того, как единственный вариант возникает из множества потенциально возможных, было предложено копенгагенской интерпретацией, данной Нильсом Бором, который утверждал, что для выявления результата измерения необходим классический прибор. Таким образом, квантовая теория объявлялась неуниверсальной. Ключевым моментом копенгагенской интерпретации является разделительная линия между квантовой и классической теориями. Бор подчеркивал, что этот водораздел должен быть подвижным, так что даже "оконечный прибор" – человеческая нервная система – в принципе может быть измерена и проанализирована в качестве квантового объекта, имея в виду, что подходящее классическое устройство может быть выбрано в зависимости от задачи.

ГРАНИЦА МЕЖДУ КЛАССИКОЙ И КВАНТАМИ (ZUREK)

В отсутствие жесткого критерия для выявления различия между квантовыми и классическими объектами часто использовалось отождествление классического объекта с макроскопическим. Неадекватность этого подхода стала понятной только в результате относительно недавних исследований: криогенный … гравитационно-волновой детектор должен рассматриваться как квантовый гармонический осциллятор даже в предположении, что он может весить тонну. Неклассические конденсированные состояния могут описывать колебания подходящим образом приготовленных электромагнитных полей с макроскопическим числом фотонов. Наконец, квантовые состояния, связанные с токами в сверхпроводящих переходах Джозефсона, порождают макроскопическое число электронов, но все еще могут тунеллировать через минимум эффективного потенциала, отвечающего противоположному направлению вращения.

Но если макроскопические системы не могут всегда использоваться в качестве надежно установленного классического объекта, то, может быть, границы между классическими и квантовыми объектами вообще не существует? …

Несмотря на глубокие корни указанных трудностей, в последние годы выявился растущий консенсус относительно того, что прогресс может быть достигнут при увязке этих вопросов с общей проблемой измерения (обычный эвфемизм для коллекции интерпретационных головоломок, описанных выше). Выявился ключевой (и бесспорный) факт, восходящий едва ли не к началам квантовой теории, однако его значение для перехода от квантовой к классической области было осознано лишь теперь: макроскопические системы никогда не изолированы от своего окружения. Поэтому … не следует ожидать, что они подчиняются уравнению Шредингера, которое справедливо лишь для замкнутой системы. Как следствие, системы, обычно рассматриваемые как классические, естественным образом теряют квантовую когерентность, которая как бы “вытекает” в их окружение. Результирующая “декогеренция” не может игнорироваться, когда речь идет о проблеме редукции квантовомеханического волнового пакета: декогеренция действительно накладывает соответствующее “эмбарго” на потенциально возможные исходы, позволяя наблюдателю регистрировать потенциально возможные альтернативы, но следуя лишь одной из ветвей – одной из “декогерентных историй” в терминологии М. Гелл -Мана.

Теория декогеренции предлагает следующий подход к решению проблемы. Рассматривается модель открытой системы, отвечающей известному уравнению Ланжевена, т.е. уравнению движения частицы, расходующей энергию на трение, а также подвергающейся случайным (хаотическим) воздействиям со стороны частиц внешней среды. В классической версии теории это последнее приводит к диффузии и броуновскому движению рассматриваемой частицы.

УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ДЕКОГЕРЕНЦИИ (ZUREK)

$$\dot{\rho} = \overbrace{\underbrace{-\frac{i}{\hbar}[H,\rho]}_{\dot{p}=-FORCE=\nabla V}}^{Von\ Neumann\ Equation} - \overbrace{\underbrace{\gamma(x-x')\left(\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x'}\right)\rho}_{\dot{p}=-\gamma p}}^{Relaxation} - \overbrace{\underbrace{\frac{2m\gamma k_B T}{\hbar^2}(x-x')^2\rho}_{Classical\ Phase\ Space}}^{Decoherence},$$

Квантовая когерентность исчезает за время

$$\tau_D \cong \gamma^{-1}\left(\frac{\lambda_{dB}}{\Delta x}\right)^2 = \tau_R\left(\frac{\hbar}{\Delta x\sqrt{2mk_B T}}\right)^2, \qquad \lambda_{dB} = \hbar/(2mk_B T)^{-1/2}$$

тепловая волна де Бройля

Для макроскопических объектов даже если время релаксации будет равно возрасту Вселенной, $\tau_R \sim 10^{17}$ секунд, то квантовая когерентность разрушится за время $\tau_D \sim 10^{-23}$ секунд.

Квантовая версия модели вместо массы частицы оперирует с матрицей плотности волнового пакета. Матрица плотности строится с помощью волновой функции; для чистых, т.е. не смешанных, состояний эти два описания эквивалентны. Матрица плотности имеет то преимущество, что в ней явно присутствуют *недиагональные* члены, ответственные за интерференцию различных базисных состояний, т.е. за состояние суперпозиции как таковое. Поэтому переход от состояния суперпозиции к (классической) смеси состояний теория декогеренции предлагает трактовать как переход к новой матрице, в которой остаются только диагональные члены.

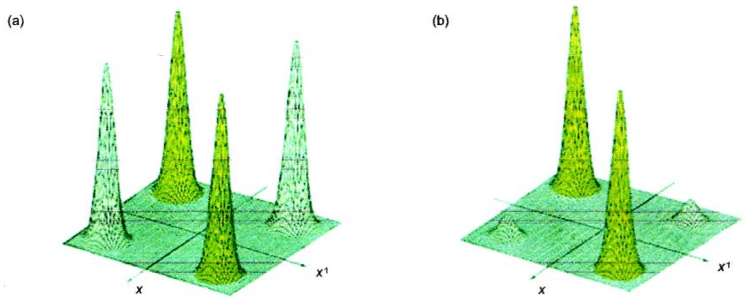
СУПЕРПОЗИЦИЯ ДВУХ СОСТОЯНИЙ

$$|\Psi> \; = \; C_1 |a_1> + C_2 |a_2> \;\longleftrightarrow\; \begin{cases} |a_1>, \; p_1 = |C_1|^2 \\ |a_2>, \; p_2 = |C_2|^2 \end{cases}$$

ПРОЦЕСС ДЕКОГЕРЕНЦИИ

$$\begin{bmatrix} |C_1|^2 & C_1 C^*_2 \\ C^*_1 C_2 & |C_2|^2 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} |C_1|^2 & 0 \\ 0 & |C_2|^2 \end{bmatrix}$$

Оказывается, решение квантового уравнения для матрицы плотности частицы в состоянии суперпозиции, взаимодействующей с хаотической средой, действительно таково, что недиагональные члены матрицы с течением времени обычно очень быстро стремятся к нулю.



Некогерентная часть обусловлена только диагональными пиками

Таким образом необратимость, по существу, закладывается непосредственно в основу данного подхода, а в ходе его реализации действительно удается получить *количественное* описание процеса декогерентизации, имеющего много общего с процессом диссипации. Очень подробное и интересное описание этого и смежных подходов можно найти на русском языке в содержательных обзорах **[Менский, 1998, 2003]**.

В уже цитировавшейся мною работе **[Зурек, 2002]** ее автор пишет далее:

> С 1991 г. была проделана большая работа по исследованию основного уравнения и его модификаций для различных случаев… Возможно, наиболее важное развитие изучение декогеренции получило в экспериментальной области. За прошедшее десятилетие был осуществлен ряд экспериментов по изучению декогеренции в разных системах. В частности, Michel Brune, Serge Haroche, Jean-Michel Raimond и их коллеги из Ecole Normale Suprieure в Париже … осуществили серию экспериментов в микрополостях, в которых они манипулировали электромагнитными полями над суперпозициями с двумя базисными состояниями, используя атомы рубидия. Они исследовали процесс разрушения квантовой когерентности. Эти эксперименты подтвердили основные положения теории декогеренции. С тех пор французские ученые использовали ту же самую технику для внедрения различных квантово-информационных технологий. Они совершенствуют свое оборудование, создавая все более “крупных” кошек Шредингера и изучая процесс их декогеренции.

Итак, классичность измерительного прибора теория декогеренции связывает с его ролью посредника между квантовой системой и внешней средой. Т.е. изолированная квантовая система не способна перейти в состояние смеси (или, по крайней мере, вероятность этого не слишком велика), но это становится крайне вероятным под воздействием окружения (так же многие родители пытаются объяснить плохое поведение своих чад).

Какая же картина возникает в результате? В любой точке Вселенной более или менее регулярно происходит рождение одной или группы частиц в состоянии квантовой суперпозиции, характеризующихся наличием сильной корреляции между базисными состояниями системы. Возникновение корреляции сильно понижает вероятность и энтропию в этой области пространства-времени, т.е. нарушает имевшееся до этого равновесие. Это обычно рано или поздно приводит к появлению встречного процесса – разрушению корреляций под влиянием взаимодействия с окружающей средой.

Интересно сопоставить эту картину с феноменом классической необратимости. Я являюсь сторонником идеи Козырева и автором одного из возможных обоснований этой идеи **[Шульман, 2006]**, согласно которой в каждой точке Вселенной с течением времени энергия не сохраняется, а возрастает. При этом прирост энергии происходит пропорционально массе, имеющейся в этой точке, т.е. в общем случае неравномерно, что приводит к локальным понижениям энтропии и появлению областей с повышенными корреляциями. Вследствие этого и возникают потоки энергии, исходящие от массивных объектов (например, звезд), противодействующие понижению энтропии и разрушающие возникшие корреляции.

И в том, и в другом случае мы, таким образом, можем связывать восстановление равновесия – классического или квантового – именно с процессом разрушения корреляций. Но это лишь одна сторона медали, в качестве которой мы рассматриваем феномен необратимости. Другой (и на самом деле – первичной) стороной необратимости является исходный процесс нарушения равновесия и генерации корреляций, играющий фундаментальную роль в эволюции Вселенной.

4.2. Критика модели измерения фон Неймана

В современной квантовой механике изучаются такие удивительнейшие явления, как, например, квантовый эффект Зенона. Оказывается, измерения в квантовой механике играют роль, которую, в отличие от классической физике, в принципе нельзя игнорировать. Эффект Зенона состоит в том, что достаточно эффективный мониторинг состояния (но без *прямого* воздействия) может предотвратить радиоактивный распад частицы. Точно так же один лишь факт установки детектора радикально влияет на судьбу знаменитой кошки Шредингера

При этом кардинальный вопрос, который остается вызовом для научного общественного мнения, заключается в том, связана ли роль измерений *с сознанием* наблюдателя, или нет. М.Б. Менский в научных публикациях и в докладе на Семинаре изложил свою позицию по этому вопросу. Надо сказать, что он фактически продолжает идейную линию таких выдающихся физиков, как фон Нейман, Вигнер и Эверетт.

В связи с этим возникает необходимость более тщательного исследования того, что же именно представляет собой процедура измерения вообще и процедура измерения в опытах типа эксперимента с двумя или несколькими щелями в частности. В своей работе Дж. фон Нейман (см. **[фон Нейнман, 1932]**) сформулировал широко известную с тех пор модель измерения, состоящую из *трех* частей: объекта измерения, измерительной системы (прибора) и субъекта, осуществляющего измерение. В этой работе он высказал следующие весьма сильные утверждения:

> Само по себе безусловно верно, что измерение или связанный с ним процесс субъективного восприятия является по отношению к внешнему физическому миру новой, не сводящейся к нему сущностью. Действительно, такой процесс выводит нас из внешнего физического мира или, правильнее, вводит в неконтролируемую, так как в каждом контрольном опыте уже предполагаемую, мысленную внутреннюю жизнь индивидуума … . Однако имеется, несмотря на это, фундаментальное для всего естественнонаучного мировоззрения требование, так называемый принцип

> психофизического параллелизма, согласно которому должно быть возможно так описать в действительности внефизический процесс субъективного восприятия, как если бы он имел место в физическом мире, — это значит сопоставить его последовательным этапам физические процессы в объективном внешнем мире, в обычном пространстве (естественно, что при этом процессе сопоставления возникает еще необходимость локализовать эти физические процессы в таких точках, которые лежат в занимаемой нашим телом части пространства).
>
> … Однако в любом случае, сколь далеко ни продолжали бы мы вычисления — до ртутного сосуда термометра, до его шкалы, до сетчатки или до клеток мозга, — в некоторый момент мы должны будем сказать: а это воспринимается наблюдателем. Это значит, что мы всегда должны делить мир на две части — наблюдаемую систему и наблюдателя. В первой из них мы можем, по крайней мере принципиально, сколь угодно подробно исследовать все физические процессы; в последней это бессмысленно. Положение границы между ними в высокой степени произвольно. … То, что такую границу можно переместить сколь угодно далеко внутрь организма действительного наблюдателя, и составляет содержание принципа психофизического параллелизма. Однако это обстоятельство ничего не меняет в том, что при каждом способе описания эта граница должна быть где-нибудь проведена, если только все не проходит впустую, т. е. если сравнение с опытом должно быть возможным. Ибо опыт может приводить только к утверждениям этого типа — наблюдатель испытал определенное (субъективное) восприятие, но никогда не к утверждениям таким, как: некоторая физическая величина имеет определенное значение.

Цель фон Неймана состояла в изучении того, что и как меняется в зависимости от того или иного разбиения всей модели на *три* составные части, причем в качестве последней части выступает некоторый *субъект*, который наделяется весьма неопределенными нефизическими характеристиками.

Мне представляется, что указанный принцип психофизического параллелизма является в данной ситуации излишним. Ни в коей мере не отрицая удивительных свойств человеческого сознания, я вовсе не считаю “безусловно верным, что измерение или связанный с ним процесс субъективного восприятия является по отношению к внешнему физическому миру новой, не сводящейся к нему сущностью”. Напротив, я утверждаю, что в действительности в модели измерения за средством измерения (измерительным прибором) должен следовать всего лишь регистратор (т.е. необратимое устройство памяти) любой физической природы (в том числе, возможно, и органической природы). Субъективное восприятие *может* соседствовать с актом регистрации результата измерения, но это никак не влияет на процедуру измерения и даже не является обязательным условием для дальнейшей реакции, т.е. дальнейшей цепочки событий – например, компьютер или простой автомат вполне может отреагировать на опасное значение параметра и остановить работу промышленной установки.

В действительности роль квантовых измерений состоит *просто* в (активном) задании конечных условий. Таким образом, речь в каждом конкретном случае должна идти о факторе, задающем для волновой функции объекта конкретное конечное условие. *Вмешательство наблюдателя при соизмеримости параметров наблюдаемого процесса и наблюдательного устройства меняет 4-мерную конфигурацию события или процесса*, разрушает условия, которые имеют место в отсутствие наблюдения. Измерение (наблюдение) играет роль в точности в той мере, в которой оно само по себе задает финальное условие. Если именно оно способно фиксировать параметры волновой функции, то это и происходит; если же, например, параметры измерительного устройства несоразмерны параметрам микропроцесса, либо оно (устройство) лишь усредняет зафиксированные иными обстоятельствами результаты многих микропроцессов, то можно пренебречь влиянием такого измерительного устройства/наблюдения. Сам процесс измерения представляет собой набор финальных условий, фиксирующих результат измерения.

За последние годы в результате многочисленных обсуждений эта точка зрения активно завоевывает сторонников среди физиков. Весьма определенно это подытожено, например, в публикации **[Ведринский, 1997]** в связи с описанием известного опыта по прохождению микрочастицы через две щели:

> Выяснение того, через которую из щелей прошла частица, приводит к ее пространственной локализации, а появившаяся вследствие этого неопределенность поперечного импульса частицы вызывает наблюдаемое замывание интерференционной картины. … Рассмотрим тот же мысленный эксперимент с двумя щелями, но дополнительно поместим в каждую из них микрочастицу, состояние которой может изменяться при взаимодействии с частицей, падающей на щели. В таком случае мы будем иметь дело со сложной микросистемой, состоящей из трех частиц: падающей и двух частиц в щелях. Процессы, происходящие в такой системе, можно описать полностью квантовомеханически без использования каких-либо ссылок на процедуру макроскопического измерения, основываясь на решении должным образом записанного уравнения Шредингера. … Не особенно сложный расчет показывает, что в случае, если падающая частица рассеялась на частицах в щелях упруго, то есть состояния последних при рассеянии не изменились, то

> состояния падающей частицы, прошедшей через первую и вторую щели соответственно, оказываются когерентными и интерференция наблюдается. В случае же неупругого рассеяния, то есть рассеяния, в результате которого состояние одной из частиц в щелях изменилось, эти состояния становятся некогерентными, и интерференция полностью исчезает.
>
> … микроскопической первопричиной нарушения когерентности различных квантовых состояний микрочастицы является не сам акт макроскопического наблюдения над ней (измерения), а предшествующие ему микропроцессы, в ходе которых рассматриваемая частица взаимодействует *неупругим* образом с окружающими частицами, изменяя состояния последних.. … Сказанное снимает налет таинственности, который неизбежно возникает при обсуждении вопроса о влиянии наблюдения на квантовые процессы. На самом деле на эти процессы оказывает влияние не сам акт наблюдения, а реальные микроскопические *неупругие* взаимодействия между исследуемой частицей и частицами окружающей среды, нарушающие когерентность состояний частицы, испытавшей такие взаимодействия.

А вот мнение В. Зурека (**[Зурек, 2002]**, перевод мой – М.Х.Ш.):

> Действительно, можно, следуя Вигнеру, оставить за сознанием последнее слово в проблеме коллапса вектора состояния. Я предполагаю противоположное. То-есть я буду рассматривать идею о том, что все высшие ментальные процессы соответствуют хорошо определенным, но в настоящее время плохо понятым функциям информационной деятельности, которые поддерживаются физическим устройством – нашим мозгом.
>
> Описываемая подобным образом, осведомленность становится доступной для физического анализа. В частности, процесс декогеренции, описанный выше, ограничивает воздействия на состояния мозга: релевантные наблюдаемые индивидуальных нейронов, включая химические концентрации и электрические потенциалы, являются макроскопическими. Они подчиняются классическим диссипативным уравнениям движения. Таким образом, некоторая квантовая суперпозиция состояний нейронов окажется слишком быстро разрушенной для нас, чтобы стать продолжительным квантовым феноменом сознания. Декогеренция, или даже индуцированный окружением суперотбор, действует на наше собственное "состояние мозга".
>
> Можно еще спросить, почему выделенный базис состояния нейронов коррелирует с классическими наблюдаемыми в привычном мире. После всего сказанного насколько легче было бы доверять квантовой физике, если бы мы могли обучить наши чувства восприятию неклассических суперпозиций. Подходящее объяснение состоит в том, что отбор доступных гамильтонианов взаимодействия ограничивает выбор измеряемых переменных. Имеется, однако, и другая причина для такого акцента на классической области, которая должна играть решающую роль: наше восприятие не приспособлено для проверки квантовой механики. Скорее, оно развилось в ходе процесса, в котором выживание наиболее приспособленного играло центральную роль. Нет причин эволюционного

характера для формирования восприятия, если ничего нельзя извлечь из предсказания.

4.3. Редукция волновой функции

Центральным методологическим вопросом в квантовой механике до сих пор остается следующий: что же все-таки происходит с квантовым объектом при выполнении над ним измерения? Существует ли и что собой представляет коллапс волновой функции?

При обсуждении этого вопроса М.Б. Менский совершенно справедливо заявил, что если признать справедливость стандартной квантовой механики для всего круга явлений, то, в силу ее постулируемой *линейности*, редукция состояния суперпозиции в одно из базисных состояний невозможна в принципе. Выход из этого парадокса Эверетт и Вигнер искали в привлечении некоего *аномального внешнего* фактора, которым они объявили сознание. Лично я никак не могу признать этот выход удачным. Вот несколько возражений:

- Многомирие по Эверетту – скорее прием фокусника, а не научная концепция. С какого момента началось расщепление на альтернативные миры, каким образом (дискретным или непрерывным) происходит ветвление?
- Определяется ли ветвление индивидуальным или коллективным сознанием? Если индивидуальным, то это прямая дорога к солипсизму. Если коллективным, то как быть с сознанием еще не рожденных и уже умерших людей, внеземных мыслящих существ и пр.
- Если сознание материально, то и оно должно подчиняться законам квантовой механики. Если оно не материально, то как выглядит интерфейс между ним и материальным миром?

Короче говоря, я думаю, что вся эта концепция есть прекрасный образец большого и пыльного ковра, под который очень удобно заметать мусор (выражение Фейнмана по другому поводу). Следовательно, единственный разумный выход, который нам остается – объявить неуниверсальной область действия принципа линейности и уравнения Шредингера (что, собственно, и предлагает теория декогеренции), и использовать обобщения, предусматривающие существование в той или иной форме коллапса волновой функции.

С моей точки зрения, успех теории декогеренции не является решением проблемы во всей ее полноте. Привлечение идеи декогеренции в практическом плане позволяет ставить и решать конкретные задачи, однако не позволяет полностью прояснить различие и связь между квантовым и классическим миром. Хотя эта идея позволяет получить вероятностное описание плавного расплывания волнового пакета, однако она не дает физического истолкования факта исчезновения состояния суперпозиции.

Выше я предположил, что материя во Вселенной организована на двух уровнях. Квантовые частицы взаимодействуют между собой напрямую, подобно соударяющимся молекулам газа. Однако в отличие от частиц классического газа, такие взаимодействия происходят по квантовым законам, с нелокальными квантовыми ЭПР-корреляциями. Обычная причинность в таких взаимодействиях не работает, участвующие в них объекты находятся, как правило, в состоянии суперпозиции и являются “запутанными” между собой. Однако после того, как взаимодействие состоялось, все финальные условия реализовались, возникает “кирпичик” более высокого – классического – уровня. Из этих кирпичиков и строится классический мир по обычным законам причинности, где будущее определяется прошлым.

В качестве аналогии можно рассмотреть футбольный чемпионат. Каждый матч очередного тура – это некоторое распределенное во времени взаимодействие между командами, здесь между ними нельзя выстроить какой-либо порядок во времени. Но последовательность самих туров уже приобретает такой четкий логический временной порядок и является аналогом классической последовательности событий с причинной связью предшествующих и последующих результатов, например: “Спартак” в полуфинале выиграл у “Локомотива” и поэтому в финале именно он встречается с “Динамо”. Иными словами, модель и описание ситуации на уровне матча и на уровне туров чемпионата принципиально различны.

Каким же образом возникает граница между квантовым и классическим уровнями? Когда для системы объектов действует обратимая U-процедура и справедливо уравнение Шредингера, а когда происходит R-процедура редукции? Я предлагаю следующий ответ, согласованный с подходом теории декогеренции и идеями некоторых других подходов: U-процедура описывает эволюцию состояния физической системы до тех пор, *пока она не взаимодействует с другими системами, т.е. ее энергия и импульс неизменны*. Как только энергия и/или импульс объекта *изменяется при каком бы то ни было* взаимодействии (например, в ходе *измерительной* процедуры), его состояние *объективно* становится иным, это и есть необратимая R-процедура. Отдавая или получая энергию и импульс, система обменивается информацией с окружающей средой, и наоборот – не может быть обмена информацией без обмена энергией и импульсом.

Классическая физика позволяла себе пренебрегать изменением энергии объекта при измерении его состояния. Однако *оказалось, что изменение энергии не может быть сколь угодно малым, и что это изменение энергии вполне может оказаться сопоставимой с энергией самого объекта.* Привожу мнение В.Зурека (**[Зурек, 2002]**, перевод мой – М.Х.Ш.):

> Естественные науки были построены на молчаливом допущении: информация об окружающем мире может быть получена без изменения его состояния. Идеалом "строгой науки" был объективизм и беспристрастное описание реальности. Информация рассматривалась как нечто нефизическое, нематериальное, как бесплотная фиксация реальности, материального мира, как несущественное отображение, существующее за пределами и заведомо отличное от сферы, где правят законы физики. Эта точка зрения более не считается справедливой (Landauer 1991). Квантовая теория положила конец этой мечте Лапласа о механическом мире. Наблюдатели квантовых явлений больше не могут считаться только пассивными зрителями. Квантовые законы запрещают прирост информации без изменения состояния измеряемого объекта. Разделительная линия между тем, что есть, и тем, что известно, навечно стала размытой. Упразднив эту границу, квантовая теория одновременно лишила "сознание наблюдателя" монополии на получение и хранение информации: любая корреляция есть регистрация, любое квантовое состояние есть запись некоторого другого квантового состояния.

Дискретность изменения энергии неминуемо ставит вопрос о той физической ситуации, в которой энергия объекта *принципиально не изменяется вообще*. И выясняется, что такая ситуация характеризуется *полной обратимостью* (что в достаточной мере естественно), а также (и это уже совершенно новый феномен) *нелокальностью* в пространстве и во времени.

Последнее как раз и означает, что обычное причинно-следственное описание здесь не работает, что разбить картинку на составляющие пространственно-временные “кирпичики” не удается. Наоборот, эффективное (моделируемое марковской цепочкой *необратимых* R-переходов, R-событий) причинно-следственное описание для объектов, участвующих во взаимодействиях, возможно лишь с точностью до разбиения процесса на U-фрагменты (состояния) между взаимодействиями.

Нелокальность в пространстве и времени, т.е. ЭПР-корреляции – фундаментальный признак, отличающий квантовый уровень от классического. Если существует нелокальное взаимодействие внутри изолированной квантовой системы, то как быть при этом с теорией относительности и максимально возможной скоростью света? Некоторые авторы, анализируя аппарат квантовой механики, говорят о принципиальной возможности гораздо большей конечной или даже о бесконечно большой скорости. Я думаю, дело здесь в другом – нелокальность изолированного, не взаимодействующего ни с чем объекта обусловлена тем, что занимаемая им пространственно-временная область обладает существенно иной, нежели обычная, метрикой. Точно так же внутренние области черной дыры не взаимодействуют с внешним миром, иные и скорости, и механизмы обмена информацией между ними и внешней средой.

Существует большое число реальных и мысленных опытов, доказывающих нелокальное влияние их конфигурации на результаты. Например, в публикации **[Шишлова, 1998]** так описывается знаменитый мысленный эксперимент с кошкой Шредингера.

> В закрытом ящике сидит кошка. Там же находятся флакон с ядом, источник излучения и счетчик заряженных частиц, подсоединенный к устройству, разбивающему флакон в момент регистрации частицы. Если яд разольется, кошка погибнет. … Пока счетчик не произвел измерения, он находится в суперпозиции двух состояний: "регистрация — нерегистрация". Но тогда в этот момент и кошка оказывается в суперпозиции состояний жизни и смерти.
>
> В действительности, конечно, реального парадокса здесь быть не может. Регистрация частицы — процесс необратимый. Он сопровождается коллапсом волновой функции, вслед за чем срабатывает механизм, разбивающий флакон.

Последние две процитированные фразы являются ключевыми. Если обратиться к известным опытам с расщеплением фотонов или электронов на две или более компоненты, то из их описания очевидно, что наличие или отсутствие детектора в одном из каналов делает эти варианты *различными* опытами. Так и детектор устройства, убивающего кошку Шредингера, в принципе *устраняет возможность суперпозиции* состояний и для испускаемой частицы, и для кошки.

Любопытно, что это *дискретное*, казалось бы, различие (есть детектор – нет детектора) может быть сделано и *непрерывным*. В публикации **[Ведринский, 1997]** примером такой версии опыта выступает тонкий кристалл, через который без поглощения проходит лишь часть фотонов. В учебнике **[Фейнман и др., 1963]** приведена другая возможность: пролетающие электроны детектируются источником достаточно редких фотонов. И в том, и в другом случае мы получим на экране наложение двух картин – с интерференцией и без нее – в точном соответствии с долей частиц, реально подвергающихся взаимодействию с детектором. Очевидно, эта доля в принципе может варьироваться от нуля до единицы.

Еще один любопытный пример нелокальности и связанной с ней редукции волновой функции представляет собой факт биений (и соответствующей интерференции), возникающих при атомных переходах с близкими *начальными* состояниями и общим *конечным* состоянием. Однако в казалось бы симметричном случае – близкие *конечные* состояния и общее *начальное* состояние – биения отсутствуют и интерференции не возникает, т.к. в этом случае мы *получаем информацию* о том, по какому именно каналу прошел фотон. Не менее интересно и то, что наличие детектора способно не только устранить интерференцию, но и привести к ее появлению (последние два примера найдены благодаря сайту http://bourabai.georisk.kz/).

4.4. Альтернативы Эверетта и альтернатива эвереттике

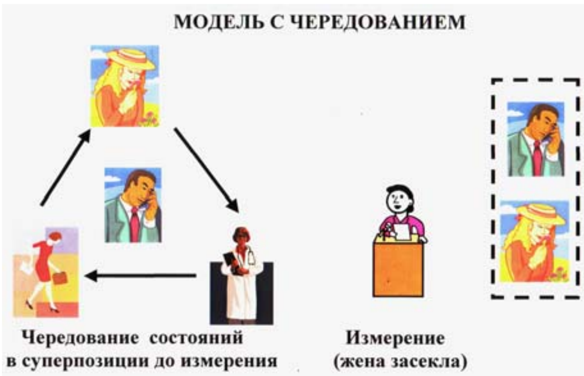
Внутренней мотивацией для появления как идеи Эверетта, так и сходных идей о существовании, рождении и гибели многих вселенных в космологии является такое соображение: опыт подтверждает вероятностную модель, а такая модель физически должна основываться на реальном существовании *всей* (а не только выявленных здесь и сейчас) группы возможных исходов. Не обнаружив этих исходов в нашей Вселенной, начинают их поиски в виртуальных мирах. Возвращаясь к принципу суперпозиции и коллапсу волновой функции, естественно задать вопрос: существует ли методологическая альтернатива идее альтернативных миров? Я думаю, что такая альтернатива существует.

Согласно предложенной М. Борном вероятностной интерпретации волновой функции можно вычислить вероятность того, что некоторая физическая величина x, определенная на множестве {X}, примет численное значение x_0. Для нахождения самой волновой функции и отвечающих ей собственных значений решается соответствующее уравнение (носящее имя Шредингера, Дирака или какое-нибудь еще). В промежутке между взаимодействиями состояние замкнутой системы описывается в общем случае суперпозицией собственных состояний. Квадраты *коэфициентов*, стоящих при *базисных слагаемых*, выражают относительную вероятность обнаружить систему в том или ином из базисных состояний, когда и если с этой целью производится соответствующее измерение. Такое измерение интерпретируется с физической точки зрения как *переход* из состояние суперпозиции в базисное состояние, а с математической точки зрения – как *проецирование* вектора многомерного гильбертова пространства на одну из его осей. Последнее и представляет собой коллапс волновой функции.

Моя гипотеза состоит вот в чем. Парциальные вероятности нахождения частицы в том или ином собственном состоянии *реализуются благодаря тому, что квантовая система (в простейшем случае – строго последовательно) пребывает поочередно в каждом из собственных состояний соответствующую часть некоторого (достаточно малого) периода колебаний*. Таким образом, во-первых, *время* пребывания в каждом состоянии *действительно пропорционально* квадрату соответствующего коэффициента разложения. Во-вторых, сохраняется *случайность выбора момента наблюдения* по отношению к фактической фазе состояния.

Чтобы сделать более ясными модель Эверетта и модель с чередованием фазы в состоянии суперпозиции, прибегнем к шутливой аналогии. В первом случае мы можем сравнить ситуацию, в которой три жениха – А(лександр), Б(орис) и В(ладимир) ухаживают за одной и той же девушкой. В классическом мире она может выбрать лишь одного из них, но в квантовых мирах Эверетта можно осуществить все три альтернативы.

В предложенной модели с чередованием ситуация иная. Состояние суперпозиции можно сравнить с женатым ловеласом, который строго поочередно проводит время у трех своих подружек – А(нны), Б(арбары) и В(алентины). Но настает момент “И” (истины или измерения), когда ревнивая жена его подстерегает и застает – но только с одной из подружек (например, с Анной), причем выбор – случаен, а фаза процесса, вопреки утверждению фон Неймана, оказывается скрытым параметром.



Благодаря этой гипотезе становится очевидным решение проблемы измерения в квантовой механике. Как известно, суть проблемы состоит в *необратимом* и *спонтанном*, как принято было считать, переходе объекта в процессе измерения из суперпозиции нескольких собственных состояний в одно из них. Почему в то, а не в иное среди прочих собственных состояний – объяснялось *формальной* ссылкой на “вероятностный” характер явления. Еще хуже обстоит дело с необратимостью, которая *не присуща* эволюции замкнутой квантовой системы в промежутке времени *между* взаимодействиями (измерениями).

Если же принять предлагаемую гипотезу, то все становится на свои места. В *случайный* момент времени (по отношению к фазе, или парциальному собственному состоянию) мы с помощью измерения *фиксируем* именно то состояние, в котором в *данное* мгновение *пребывает* квантовый объект. Это все равно, как если бы на вращающемся колесе обозрения мы взглядом выбрали одну из кабинок. Все кабинки равноправны, все они по очереди проходят через ту точку, на которую устремлен взгляд наблюдателя, но *случайно* выбранный момент фиксации выделяет только *одну* из них. В этом случае необратимость возникает извне, по инициативе наблюдателя или измеряющего устройства (регистратора), сама по себе она не присуща равномерному и в принципе обратимому движению череды кабинок.

Пока что мы не вдавались в характеристики природы набора собственных состояний. Например, речь могла идти о спине электрона, поляризации фотона и т.п. Психологически сложнее представить себе набор таких состояний, как, например, различные положения в пространстве, т.е. набор таких измеряемых величин, как пространственные координаты, если они достаточно сильно изменяются от измерения к измерению. Как выразился при обсуждении этой идеи А.В. Московский, “трудно представить себе частицу, координаты которой за считанные мгновения поочередно изменялись бы на величину порядка радиуса галактики”.

Это действительно трудно себе представить. Однако *не труднее*, чем представить себе частицу, которая переходит из одной 4-мерной точки в другую *сразу* по *всем* физически возможным во Вселенной траекториям, как это описал Р. Фейнман. Причем последнее подтверждено, например, экспериментами по отражению луча света различными участками зеркала (а не одной его точкой, как следовало бы из классической оптики). Но никто и *не* обещал свести квантовую механику к простой и понятной классической теории. Все, что я предлагаю, это некоторое развитие модельных представлений квантовой механики, которые проясняют лишь *некоторые*, хотя и фундаментальные ее проблемы.

Оговорив подобным образом чисто *психологические* барьеры, перейдем к оптимистическим аргументам. Если речь идет не о галактических “прыжках”, а о достаточно малых различиях в координате, то все выглядит вполне приемлемо. Именно такой случай мы имеем в каноническом эксперименте с несколькими (например, двумя) щелями, через которые на экран пролетают электроны или фотоны. Щели разделены весьма скромным в сравнении с галактикой расстоянием, и уже целое столетие все вынуждены признавать, что фотон (электрон) может непостижимым образом проникать *сразу* через обе щели.

Что же говорит нам вновь предлагаемая гипотеза? А говорит она нам, что термин “сразу” здесь не очень точен. На самом деле координата частицы строго поочередно принимает два различных значения, отвечающих двум собственным состояниям – это координаты соответственно первой и второй щели. Очевидно, длительность пребывания в каждом из состояний весьма мала по сравнению со временем пролета через щель, поэтому в каком-то приближении действительно можно говорить, что частица пролетает “сразу” через обе щели, но это, как выясняется, всего лишь приближение.

Понятно, что когда мы пытаемся путем детектирования выяснить, через какую именно щель пролетает частица, мы прерываем чередование состояний и фиксируем случайно выбранное состояние. Именно поэтому мы блокируем дальнейший пролет частицы в качестве *суперпозиции* двух состояний.

Можно ли считать это объяснением физической сущности принципа суперпозиции? Как для предложенной модели, так и для модели Эверетта важнее всего вопрос об отличии набора обычных классических альтернатив от состояния суперпозиции как такового. Можем ли мы четко сформулировать эти отличия? Я полагаю, что да.

Когда мы говорим о вероятности различных исходов опыта, мы должны выяснить, существуют ли корреляции между различными исходами, и какова природа этих корреляций. При описании идей декогеренции мы уже обращались к использованию матрицы плотности, в которой диагональные члены соответствовали вероятностям собственных состояний, а недиагональным приписывалась ответственность за интерференцию и корреляцию между ними. Как же понимать характер этой интерференции? В квантовой механике (а также в теории стохастических процессов) матричным недиагональным элементам отвечает *вероятность перехода* между соответствующими состояниями. Если диагональные члены являются действительными числами (как квадраты модулей комплексных амплитуд a_i), то недиагональные члены имеют вид произведений $a_i a^*_j$, т.е. являются комплексными. Но выше мы уже выяснили, что это свидетельствует об осциллирующем характере соответствующих величин, причем частота осцилляции равна разности начальной и конечной частот. Таким образом, появляются основания утверждать, что *состояние суперпозиции – это в действительности сложное динамическое состояние, в котором происходят сбалансированные по численности переходы между базисными состояниями, причем интенсивности переходов меняются по гармоническому закону*.

Оказывается возможным дать примеры полностью классических систем, для которых применимы представления о состоянии суперпозиции. Простейшей системой такого типа является электрический осциллятор, состоящий из конденсатора и катушки индуктивности. Когда рубильник в соединяющей их цепи замкнут, в контуре происходит периодический перезаряд. При этом энергия конденсатора и индуктивности меняется (в противофазе) от нуля до максимального значения, их полная энергия всегда постоянна, а среднее за период колебаний значение энергии каждого элемента равно половине полной энергии контура.

Рассмотрим теперь два типа измерений. Измерение первого типа (неразрушающее), характерного именно для неквантовых объектов, практически не возмущает его состояния. Если с помощью осциллографа измерить ток и напряжение в каждом из элементов цепи, мы обнаружим максимально возможную корреляцию между значениями мгновенной энергии для этих элементов.

Измерения второго типа можно назвать разрушающими, т.к. они необратимым образом изменяют конфигурацию объекта, что характерно прежде всего для квантового случая. Однако это можно смоделировать и для классического объекта. Если в нашем примере разомкнуть рубильник *в момент, когда ток равен нулю* (это естественное физическое ограничение, иначе возникает дуга, и энергия контура не сохраняется), то с равной вероятностью вся энергия окажется сосредоточенной либо в индуктивности, либо в конденсаторе, что полностью аналогично, например, ситуации с измерением спина электрона. Более того, если написать матрицу плотности для энергии, то мы увидим и недиагональные члены, отвечающие перетокам энергии из одного элемента в другой.

Эта ситуация легко обобщается на электрические цепи с любым числом контуров и аналогичные классические линейные системы произвольной природы. При этом важно еще раз подчеркнуть, что моментам измерения для квантовых объектов отвечают *не любые* моменты измерения для их классических аналогов, а *только такие*, когда в системе при коммутации *не происходит потерь энергии* (например, токи через индуктивности и напряжения на емкостях должны быть равны нулю). Для квантовых объектов это требование обусловлено просто дискретностью уровней энергии.

В случае классической системы с одной частотой колебаний (например, электрического контура с индуктивностью и емкостью) мы имеем *периодический переток энергии* из одного элемента в другой – среднее значение потока энергии за период равно нулю, но среднее значение квадрата или абсолютной величины больше нуля. В этом и состоит отличие состояния суперпозиции от простого “сосуществования” двух различных состояний; в первом случае имеется колебательная динамика общего состояния, второй случай – чисто статический. Кстати говоря, сходными свойствами обладает вакуумное состояние физического поля – среднее значение полевого параметра равно нулю, но имеется энергия “нулевых” колебаний.

4.5. Суперпозиция и запутанные состояния

Таким образом, электрический маятник может служить примером динамического состояния – состояния суперпозиции. Чтобы перейти к рассмотрению систем с суперпозицией большого числа состояний, сделаем исходную модель состояния совсем примитивной. Мы теперь будем говорить об электрической лампочке, которая или горит, или не горит. Точнее, мы будем рассматривать ансамбль из таких лампочек, состояние которых может меняться.

Если состояние каждой лампочки раз навсегда задано (горит или нет) и не меняется с течением времени, то анализ данного (статичного) ансамбля не требует никаких аналогий с квантовой механикой. Если же отдельные лампочки меняют свое состояние (зажигаются и гаснут), то состояние ансамбля требует динамического описания и начинает во многом походить на то, которое используется в квантовой механике (вопросы, связанные с тождественностью лампочек, мы в этой главе рассматривать не будем).

В самом деле, предполагая время между смежными переключениями лампочек достаточно коротким, мы с “высоты птичьего полета” (т.е. применительно к длительным промежуткам времени) можем говорить о том, что ансамбль лампочек находится *в состоянии суперпозиции* всех возможных “базисных”состояний системы, причем базисным мы будем считать каждое возможное распределение лампочек по состояниям “включено” – “выключено” (заметим, что в квантовой механике описание группы тождественных частиц строится весьма сходным образом). В частности, если ансамбль состоит всего из двух лампочек, каждая из которых в некоторый момент времени (случайным или неслучайным образом) горит или не горит, то мы имеем суперпозицию, которую в квантовой механике называют “котом Шредингера”.

Легко подсчитать, что для ансамбля из n лампочек возможно $N = 2^n$ различных базисных состояний. Этот факт крайне важен для так называемых квантовых вычислений. С другой стороны, очень важно заметить, что если вероятности p_i пребывания каждой лампочки во включенном состоянии *независимы*, то вероятности переходов между N состояниями *полностью* определяются относительно небольшим числом n этих вероятностей. Это обстоятельство рассеивает иногда высказываемое недоумение по поводу того, “где природа размещает информацию об огромном числе N квантовых степенй свободы для системы из n частиц”.

Предположим теперь, что по каким-либо причинам состояние *некоторых* пар лампочек жестко *скоррелировано* – они включаются и выключаются *одновременно*, так что изменить состояние только одной лампочки пары невозможно. С физической точки зрения это будет подходящей аналогией для ЭПР-пары частиц. С математической точки зрения при расчете вероятностей переходов нам придется исключить независимые пары вероятностей переключения для таких лампочек и взамен ввести соответствующие вероятности парных переключений. Заметим, что наличие каждой такой пары уменьшает вдвое число N базисных состояний ансамбля лампочек.

Рассмотренная ситуация легко обобщается по нскольким направлениям. Корреляция может действовать не на пары, а на тройки (и т.п.) лампочек. Корелироваться могут не состояния “включено” – “выключено”, а переходы между этими состояниями, и т.д. Многообразие этих ситуаций во многом аналогично представлениям о запутанных частицах в квантовой механике, и причина этой аналогии заключается в представлении о *динамической* природе принципа суперпозиции *статических* по своему существу состояний. В то же время различие проявляется в вопросах, связанных с интерференцией квантовых амплитуд.

5. О ТОЖДЕСТВЕННОСТИ ЧАСТИЦ

5.1. Парадоксы статистической механики

Как известно (см., в частности, замечательную монографию **[Гельфер и др., 1975]),** из классической статистики следует *неправильное* выражение для энтропии идеального газа, которое противоречит требованию ее аддитивности при разделении на части объема, зполненного газом. Устранить это противоречие удалось только путем изменения способа подсчета статистической суммы, т.е. ценой отказа от классической статистики. Основная идея принадлежит основоположнику статистической механики Гиббсу, который предложил считать за *одно микросостояние все микросостояния* однокомпонентного газа, отличающиеся любыми *перестановками* атомов. В результате получается правильное выражение, обладающее аддитивностью, однако обоснование идея Гиббса получила лишь в квантовой механике.

Между тем для газа, состоящего из *различных* атомов, отождествлять перестановки категорически нельзя, и это не только теоретическое, но и эмпирически подтвержденное утверждение. Возникает любопытнейший вопрос: если существует некий механизм *непрерывного* сближения свойств атомов, каким образом должно это учитываться математическим аппаратом, использующимся для подсчета статистической суммы?

С вышеописанным связан и парадокс Гиббса, который состоит в следующем. Пусть некоторый объем, заполненный идеальным газом, сначала разделен непроницаемой перегородкой на две равные части. Удаление перегородки вследствие необратимой диффузии должно привести, с одной стороны, к увеличению энтропии всей системы на величину $\Delta S = 2kN \ln 2$, где k – постоянная Больцмана, N - число частиц каждого газа. С другой стороны, если частицы газа, их давление и температура идентичны, то удаление перегородки не меняет термодинамического состояния системы и, следовательно, изменение энтропии должно быть нулевым. Таким образом, подчеркивают авторы цитируемой монографии, создается впечатление, что сколь бы ни были близки по своим свойствам два чем-то различающихся газа, при их смешивании энтропия увеличивается на одну и ту же величину, в то время как для абсолютно одинаковых газов увеличение энтропии отсутствует.

Разумеется, решение парадокса Гиббса также каким-то образом должно быть связано с изменением правила подсчета статистической суммы и энтропии. И опять-таки, каким образом должно это учитываться математическим аппаратом, использующимся для такого подсчета?

5.2. Тождественность в квантовой механике

В *квантовой* механике проблема тождественности частиц становится одной из центральных. В цитируемой работе отмечается, что:

- считается доказанной абсолютная тождественность всех элементарных частиц данного типа (например, электронов);
- утверждается радикальное отличие поведения, волновой функции и статистики для системы тождественных между собой частиц от поведения, волновой функции и статистики для системы сколь угодно близких, но различных частиц.

Действительно, тождественным частицам в квантовой механике ставится в соответствие *симметризованная* волновая функция. При этом волновая функция ансамбля тождественных частиц с целым спином (*бозонов*) обладает симметрией относительно перестановок любых двух из этих частиц, откуда следует соответствующая статистика (Бозе-Эйнштейна) для газа таких частиц.

Впрочем, авторами справедливо и нетривиально отмечается, что обычные рассуждения о симметрии волновой функции системы тождественных частиц не вполне корректны. Эти рассуждения базируются на гипотетической перестановке абстрактных координат частиц, понимаемых как аргументы волновой функции. В действительности речь должна идти о реально наблюдаемых величинах - координатах анализаторов, т.е. приборов, регистрирующих положение различных частиц. При этом фактически от опыта к опыту может меняться лишь факт регистрации (или нет) частицы в заданном состоянии, причем нет смысла даже ставить вопрос о том, какая именно (из числа испущенных в данном опыте) это частица. Симметричными в первую очередь оказываются амплитуды взаимных переходов, а уж из этого обстоятельства можно вывести свойство симметрии исходной волновой функции, не прибегая к виртуальной перестановке координат частиц.

Между тем, наряду с бозонами квантовая механика оперирует с частицами другого сорта – *фермионами*, обладающими полуцелым спином. Волновая функция ансамбля тождественных частиц с полуцелым спином обладает *антисимметрией* относительно перестановок любых двух из этих частиц. В силу такой антисимметрии возникает невозможность сосуществования в элементарной ячейке фазового пространства двух тождественных фермионов – принцип запрета Паули. Из него, в свою очередь, следует необычная статистика (Ферми-Дирака) для газа фермионов.

Тождественность квантовых частиц проявляется еще в одном классе случаев – при так называемом обменном взаимодействи. Последнее является совершенно реальным фактом, учитываемом современной квантовой химией. Суть явления состоит в следующем.

Предположим, что имеет место взаимодействие двух квантовых частиц, характеризуемое оператором $\mathbf{E}_{вз}$. В общем случае средняя энергия взаимодействия может быть представлена в виде

$$E = \int \psi^*(1, 2)\, \mathbf{E}_{вз}\, \psi(1, 2)\, dV_1\, dV_2$$

где $\psi(1, 2)$ – волновая функция системы двух частиц. С учетом реально выполняющихся принципов квантовой механики вид этой функции *должен зависеть* от степени θ тождественности частиц 1 и 2, а не только от конкретного вида взаимодействия (например, кулоновского). Иными словами, в действительности $\psi = \psi(1, 2, \theta)$. При этом оказывается, что, например, для двух электронов эта энергия в хорошем приближении представима в виде

$$E = E_0 \pm \Delta E$$

где E_0 - энергия кулоновского взаимодействия, а ΔE – вклад во взаимодействие, обусловленный тождественностью электронов. При этом положительный знак отвечает антипараллельным спинам, отрицательный – параллельным спинам.

Электроны с параллельными спинами как бы отталкиваются один от другого, чтобы не попасть в одну и ту же ячейку фазового пространства.

5.3. Спин, правила коммутации и статистика

Мы должны теперь задать весьма важный вопрос. Если под тождественностью понимать совпадение *всех* свойств объектов, то почему именно спин, а не другие квантовые числа, обычно связывают с типом статистики?

Дело здесь в следующем. С одной стороны, как уже отмечалось, существует взаимно-однозначная связь между правилами коммутации и значением спина. Бозонам (в общепринятой терминологии), или двумерным осцилляторам 1-го рода в нашем понимании, *число которых в одинаковом состоянии ничем не ограничивается*, отвечает следующее соотношение между операторами поглощения $\boldsymbol{a}$ и рождения $\boldsymbol{a}^+$ частиц:

$$\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{a}^+ - \boldsymbol{a}^+\boldsymbol{a} = \boldsymbol{\delta}$$

где $\boldsymbol{\delta}$ – единичный оператор. В то же время фермионам (в общепринятой терминологии), или двумерным осцилляторам 2-го рода в нашем понимании, *число которых в одинаковом состоянии может быть равно лишь нулю или единице*, отвечает иное соотношение между операторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{a}^+$:

$$\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{a}^+ + \boldsymbol{a}^+\boldsymbol{a} = \boldsymbol{\delta}.$$

Учет правила коммутации 1-го типа необходимо приводит к статистике Бозе-Эйнштейна, тогда как правило коммутации 2-го типа однозначно определяет статистику Ферми-Дирака.

С другой стороны, в квантовой теории спин описывается в терминах спиноров. Волновая функция частиц, обладающих спином, представляется не однокомпонентной числовой величиной - скаляром, а спинором – математическим объектом, имеющим несколько компонент. При линейном преобразовании системы координат компоненты спинора также преобразуются по линейному закону, причем коэффициенты их преобразования выражаются определенным образом через коэффициенты линейного преобразования системы векторов координатного базиса. В 4-мерном случае требование Лоренц-инвариантности преобразования спиноров для частиц с целым спином эквивалентно условию

$$\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{a}^+ - \boldsymbol{a}^+\boldsymbol{a} = \boldsymbol{\delta}$$

а для частиц с полуцелым спином – условию

$$\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{a}^+ + \boldsymbol{a}^+\boldsymbol{a} = \boldsymbol{\delta}$$

Для фермионов из теории Дирака следует существование, наряду с частицами, также и *античастиц*. Только при последнем условии для операторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{a}^+$ получается правильное выражение для суммарной энергии частиц и античастиц

$$E = \Sigma\, \varepsilon_i N_i^{(+)} + \Sigma\, \varepsilon_i N_i^{(-)}$$

а также для величины суммарного заряда

$$Q = e\,(\Sigma N_i^{(+)} - \Sigma N_i^{(-)})$$

где $N_i^{(+)}$, $N_i^{(-)}$ - числа частиц и античастиц соответственно в i–ом состоянии.

Таким образом, к тому или иному выражениям для ***a*** и ***a***$^+$ приводят, с одной стороны, правила формирования статистики, а с другой – требования Лоренц-инвариантности спиноров четного и нечетного рангов, поэтому в конечном счете тип статистики оказывается однозначно связанным с рангом спинора (теорема Паули). В 1958 году было сформулировано в наиболее общем виде - если теория поля удовлетворяет условиям:

(1) инвариантность относительно собственных (без пространственных отражений) ортохронных (без обращения времени) неоднородных (включающих трансляции в пространстве-времени) преобразований Лоренца;
(2) отсутствуют состояния с отрицательной энергией;
(3) метрика в гильбертовом пространстве положительно определенная;
(4) поля, разделенные пространственноподобными интервалами либо коммутируют, либо антикоммутируют,

тогда ни одно поле не будет иметь «неправильной» связи между спином и статистикой; и это истинно для любого спина.

Хотелось бы еще отметить следующее: принцип Паули для частиц с полуцелым спином (фермионов) гласит, что в каждой ячейке фазового пространства объемом h^3 не может находиться более одной такой частицы с данной ориентацией спина. Является ли этот принцип, как обычно молчаливо подразумевается, *единственной* альтернативой отсутствию *любых* ограничений?

Я думаю, с формальной точки зрения ответ должен быть отрицательным. Гипотетически мы могли бы допустить, наряду с возможностью произвольного числа частиц в некотором состоянии (и полной симметрией волновой функции), *модифицированный* принцип запрета, при котором в ячейке фазового пространства могло бы размещаться не более N тождественных частиц. При N = 1 мы получаем принцип запрета Паули, антисимметрию волновой функции относительно перестановки двух фермионов и двухкомпонентные спиноры как для частиц, так и для античастиц. При N = k (k > 1) мы получили бы *слабый* принцип запрета, специфическую симметрию относительно одновременной перестановки (k+1) тождественных частиц, которые описывались бы уже не спинорами, а (k+1)-компонентными величинами. Пришлось бы, видимо, ввести операторы поглощения и рождения нового типа и соответствующие коммутационные условия для них. Если бозоны могут рождаться и исчезать поодиночке, а фермионы – парами (частица плюс античастица), то наши гипотетические объекты возникали и поглощались бы тройками, четверками и т.п.

Статистика объектов такого рода заняла бы промежуточное положение между статистиками Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Формальное представление для нее без труда получается по общим правилам (см. **[Ландау и Лифшиц, 1976]**). Такие частицы в природе, повидимому, отсутствуют, а значит, имеются те или иные причины, по которым они не могут существовать. Реальные более сложные симметрии имеют место в современной Стандартной модели элементарных частиц.

5.4. Непрерывный переход к тождественности

Вернемся теперь к центральной проблеме тождественности. Почему для тождественных объектов в реальном мире выполняются, как мы видели, иные законы, нежели для различных? Как именно устроен механизм рзличения тождественных и нетождественных объектов? Авторы монографии [**Гельфер и др., 1975**] предлагают красивый и убедительный подход к логическому решению этой проблемы, который основан на введении непрерывной меры различия свойств объектов.

Для классических (т.е. не квантовых) объектов за основу принимается *статистический* подход. Это значит, что мера различия определяется не для "атомов" А, Б и т.д., а для смесей из этих атомов, в которых доли этих атомов могут быть различными. Две смеси считаются тождественными, если соответствующие виды атомов входят в них в аналогичных пропорциях. Понятно, что в принципе не составляет труда выразить непрерывную меру различия таких смесей через числовые коэффициенты – весовые доли атомов. И авторы показывают, что для таких смесей действительно получаются правильные выражения для статистической суммы и энтропии, которые *непрерывным* образом учитывают меру нетождественности исходных смесей.

Это решение, которое на первый взгляд может показаться искусственным, получает окончательное обоснование при рассмотрении квантовомеханических объектов. Здесь уже рассматриваются *отдельные* объекты (атомы, электроны, фотоны и т.п.), а не их смеси. Однако эти объекты, в отличие от классических, подчиняются принципу суперпозиции, т.е. могут с некоторыми парциальными вероятностями находиться в *смеси* базисных состояний А, Б и т.п. С формальной точки зрения описание смеси классических атомов подобно описанию суперпозиции состояний отдельной квантовой частицы, и мера непрерывного различия для двух суперпозиций может быть определена совершенно аналогичным образом.

В качестве простейшего примера авторы рассматривают два равных объема V. Газ А, заполняющий один из этих объемов, состоит из N атомов со спином ½, полностью поляризованных вдоль единичного вектора **n**. Газ Б, заполняющий другой из этих объемов, также состоит из N атомов со спином ½, полностью поляризованных вдоль другого единичного вектора **m**. Степень различия этих газов зависит от непрерывного параметра – угла θ между направлениями поляризации **n** и **m**, т.е. меры *неортогональности* состояний А и Б. Показывается, что прирост энтропии в результате перемешивания стремится к нулю, если к нулю стремится θ.

Авторы демонстрируют непротиворечивость и эффективность предложенного ими теоретического аппарата также и на других многочисленных реальных примерах. Таким образом, вопрос тождественности частиц получает абсолютно конструктивное описание, полностью согласованное с реальными законами физики, а не схоластическими гипотезами.

5.5. Тождественность, колебания, резонанс

Авторам монографии **[Гельфер и др., 1975]** удалось, как мне кажется, эффектно и эффективно решить и изложить проблему квантовомеханической тождественности с *логической* точки зрения. Мне бы хотелось далее аргументировать гипотезу о том, что механизм, *физически* реализующий данную логическую схему, является резонансным.

Я исхожу из того, во-первых, что сама природа квантовых объектов объективно связана с волновым процессом. В частности, любому стационарному состоянию системы с определенной энергией соответствует период колебаний, равный отношению постоянной Планка к величине этой энергии.

Во-вторых, в связи симметрией волновой функции заметим, что обычная колебательная система с несколькими степенями свободы обязательно характеризуется подобной же симметрией некоторой значимой функции от частот нормальных колебаний, возможных в такой системе. Действительно, характеристическое уравнение системы представляет собой полином, коэффициенты которого симметричным образом выражаются через корни полинома (формулы Виетта), причем вид этих формул очень напоминает вид симметризованных волновых функций. Иными словами, в природе подобных систем свойство симметрии заложено в силу самой их колебательной структуры.

В третьих, если некоторая квантовая система представляет собой колебательную систему с несколькими степенями свободы, то при достаточно близком совпадении двух или нескольких нормальных частот она может начать себя вести особенным (резонансным) образом, т.е. не так, как в случае большого различия в частотах. Это означает, что мера тождественности состояний является не какой-то мистической и загадочной величиной, а непосредственно связана с мерой различия отдельных нормальных частот.

Почему же в квантовомеханических опытах близкие по свойствам частицы интерферируют, а далекие – нет? С моей точки зрения, причина может заключаться в следующем. Энергия (а значит, и частота колебаний) обязательно должна включать в себя энергию, отвечающую массе покоя частицы, если таковая имеется. Энергия покоя электрона составляет 0,511 Мэв, а энергия покоя более массивных частиц – тысячи Мэв. Интерференция частиц, называемых тождественными, возникает в сравнительно узкой резонансной полосе, исчисляемой единицами (и менее) эВ. Именно такие добавки энергии обусловлены различием уровней электронов в атоме.

Как известно, в отсутствие одинаковых корней решение линейного дифференциального уравнения содержит экспоненциальные члены с постоянными коэффициентами, а при наличии одинаковых (резонансных) корней *добавляются* аналогичные члены, умноженные на степенные множители. Это может породить иллюзию, что вид решения меняется *скачком* – при разных частотах собственных колеьаний он один, а при одинаковых частотах – иной (ср. с парадоксами статистической механики). На самом деле с математической точки зрения описание колебаний с различными корнями переходит в описание резонансного случая *непрерывным образом относительно частоты*. Это легко показать, например, для линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка

$$y'' + 2\delta y' + (\delta^2 - \omega^2)y = 0$$

при начальных условиях $y(0) = y_0$, $y'(0) = z_0$.

В случае, когда $\omega^2>0$, мы получаем *апериодическое* решение в виде

$$y = \exp(-\delta t)\ [\ y_0\,\mathrm{ch}(\omega t) + \omega^{-1}(y_0\delta + z_0)\ \mathrm{sh}(\omega t)\ ]$$

Поскольку при малых ωt имеем

$$sh(\omega t) \approx \omega t + (\omega t)^3/3! + (\omega t)^5/5! + \ldots ,$$

то приближенное решение можем записать в виде

$$y \approx \exp(-\delta t)\,[\,y_0 + (y_0\delta + z_0)t + (y_0\delta + z_0)\omega^2 t^3/3! + \ldots]$$

В случае, когда $\omega^2<0$, мы получаем *периодическое* решение в виде

$$y = \exp(-\delta t)\,[\,y_0 \cos(|\omega|t) + |\omega|^{-1}(y_0\delta + z_0)\sin(|\omega|t)\,]$$

Поскольку при малых $|\omega|t$ имеем

$$\sin(|\omega|t) \approx |\omega|t - (|\omega|t)^3/3! + (|\omega|t)^5/5! - \ldots$$

то приближенное решение можем записать в виде

$$y \approx \exp(-\delta t)\,[\,y_0 + (y_0\delta + z_0)t + (y_0\delta + z_0)\omega^2 t^3/3! + \ldots]$$

где учтено, что в данном случае $\omega^2 = -|\omega|^2$. Как видим, последнее выражение справедливо и для периодического, и для апериодического решений.

В случае, когда $\omega^2=0$, мы получаем *резонансное* решение (когда корни характеристического уравнения равны друг другу) в виде

$$y = \exp(-\delta t)\,[\,y_0 + (y_0\delta + z_0)t\,]$$

Сравнивая полученные результаты, мы убеждаемся, что “нерезонансная” добавка в функции параметра ω равна

$$\Delta y(\omega) \approx \exp(-\delta t)\,[\,(y_0\delta + z_0)\omega^2 t^3/3! + \ldots]$$

т.е. непрерывна по этому параметру. Важно отметить, что это обстоятельство обусловлено наличием множителя ω^{-1} в синусном члене решения; этот множитель возникает благодаря *начальному значению первой производной* и обычно не указывается при записи решения в общей форме.

Если энергия колебаний определяется в основном энергией покоя, то наличие такого известного явления, как дефект массы сложных частиц, может иметь следующее объяснение. Когда составные части удалены друг от друга и независимы, их энергия однозначно связана с энергиями соответствующих колебаний. При близком взаимодействии составляющих частиц их волновые функции могут приобрести определенный взаимный фазовый сдвиг, так что измеряемая внешним наблюдателем энергия сложного колебания будет в общем случае меньше. При распаде сложной частицы исходная ситуация восстанавливается.

Предположение о *независимости* различных степеней свободы в автономной колебательной системе с затуханием в действительности носит ограниченный характер, поскольку не выполняется в резонансной области, при совпадении временных характеристик. В частности, такая резонансная связь обязательно должна учитываться при решении задач статистической физики, где предположение о независимости обычно играет существенную роль. Дело в том, что физически затухание связано с выводом (диссипацией) энергии из системы; эта энергия из упорядоченной формы, отвечающей колебательному процессу, обычно переходит в тепловую форму, связанную с (хаотическим) излучением и поглощением фотонов и неупорядоченным движением в той же системе, что в конечном счете приводит к возрастанию в ней энтропии.

Замечание автора. До сравнительно недавнего времени я был склонен думать, что явление резонанса всегда связано именно со временем, и что сопадение характерных *пространственных* размеров не может быть связано ни с какими аналогичными эффектами. Однако теперь я пришел к выводу, что такое мнение ошибочно. Ярким примером являются *фрактальные* границы трех областей на комплексной плоскости – аттракторов итеративных решений кубичного уравнения (см. интереснейшую книгу**[Шредер, 2001]**). Каждая точка на изображающей плоскости ставится (процедурой итерации) в соответствие одному из корней уравнения, и фрактальность возникает именно там, где точки *равноудалены* от корней. Такие границы неизбежно должны быть фракталами, состоящими из множеств совершенно не связанных между собой точек — бесконечно тонким налетом несчетной числовой “пыли”.

5.6. Тождественность и черные дыры

Говорить о тождественности и различии классических (т.е. макроскопических) объектов было сложно прежде всего потому, что набор их свойств был (потенциально) огромным и фактически никак не упорядоченным, без чего анализ вообще выглядит неосуществимым. Иное дело – квантовые частицы. Их свойства с принципиально возможной полнотой описываются конечным и очень небольшим набором квантовых чисел. Если значения *всех* этих чисел совпадут, принципиально исчезнет какая бы то ни было возможность различения этих частиц, произойдет необратимое увеличение энтропии, отвечающее потери информации об их индивидуальности. Собственно, сама эта индивидуальность для элементарных частиц – нечто исключительно элементарное, т.е. описываемое минимальным количеством информации.

Между тем существует еще один крайне интересный класс объектов, характеризующихся весьма небольшим числом индивидуальных свойств. Это – черные дыры. Пердоставлю слово автору книги **[Кауфман, 1977]**:

В конце 1960-х - начале 1970-х годов астрофизики-теоретики упорно трудились над проблемой: информация о каких свойствах черных дыр сохраняется, а о каких - теряется в них? Плодом их усилий оказалась знаменитая теорема о том, что "у черной дыры нет волос", впервые сформулированная Джоном Уилером из Принстонского университета (США). Характеристики черной дыры, которые могут быть измерены удаленным наблюдателем, - это ее масса, ее заряд и ее момент количества движения. Эти три основные характеристики сохраняются при образовании черной дыры и определяют геометрию пространства-времени вблизи нее. Работами Стивена Хокинга, Вернера Израэля, Брандона Картера, Дэвида Робинсона и других исследователей было показано, что только эти характеристики сохраняются при образовании черных дыр. Иными словами, если задать массу, заряд и момент количества движения черной дыры, то о ней уже будет известно все - у черных дыр нет иных свойств, кроме массы, заряда и момента количества движения. Таким образом, черные дыры - это очень простые объекты; они гораздо проще, чем звезды, из которых черные дыры возникают. Для полного описания звезды требуется знание большого количества характеристик, таких, как химический состав, давление, плотность и температура на разных глубинах. Ничего подобного у черной дыры нет.

Поскольку черные дыры полностью описываются тремя параметрами (массой, зарядом и моментом количества движения), то должно существовать лишь несколько решений уравнений гравитационного поля Эйнштейна, причем каждое описывает свой "добропорядочный" тип черных дыр. Каждое из этих решений единственно - других возможных решений нет. Черная дыра характеризуется, самое большее, *тремя параметрами* – массой, зарядом (электрическим или магнитным) и моментом количества движения. Все эти возможные решения сведены в таблицу, приведенную на следующей странице.

В 1974 – 1975 г.г. С. Хокинг обнаружил, что вблизи черной дыры должны рождаться пары фотонов, один из которых падает внутрь черной дыры, а другой может уйти от нее (цитирую по **[Киржниц])**. Так возникает излучение черной дыры (эффект Хокинга). Свойства такого излучения в точности такие же, как у излучения черного тела, нагретого до температуры $kT \approx 10^{26}/m$ (kT – в эргах, m – в граммах). Таким образом, эта температура обратно пропорциональна массе черной дыры. В процессе излучения масса черной дыры все быстрее уменьшается, а ее температура все быстрее растет, так что в конце концов происходит взрыв с выделением энергии порядка 10^{30} эрг за время порядка 0,1 с.

Решения уравнений поля, описывающие черные дыры

Типы черной дыры	**Описание черной дыры**	**Автор решения**
Только масса	Самая "простая" черная дыра. Обладает лишь массой. Сферически симметрична.	Шварцшильд (1916)
Масса и заряд	Заряженная черная дыры. Обладает массой и зарядом (электрическим или магнитным). Сферически симметрична	Райснер-Нордстрём (1916, 1918)
Масса и момент импульса	Вращающаяся черная дыра. Обладает массой и моментом количества движения. Осесимметрична	Керр (1963)
Масса, заряд и момент импульса	Вращающаяся заряженная черная дыра, самая сложная из всех. Осесимметрична	Керр-Ньюмен (1965)

Сходство закона излучения черной дыры и черного тела оказалось не случайным. Это было показано Дж. Бекенштейном (аспирантом Дж. Уилера) за несколько лет до работ Хокинга. Пусть первоначально имеются черная дыра и вдали от нее горячее тело, обладающее некоторым запасом энтропии. Черная дыра притянет к себе тело, которое в конце концов уйдет под горизонт событий. Тогда наблюдатель столкнется с явным нарушением второго начала термодинамики, согласно которому полная энтропия замкнутой системы (в данном случае системы черная дыра + тело) не может уменьшаться со временем - порядок в отличие от хаоса не может возникать сам собой. Ведь в начале энтропия системы равнялась энтропии тела, а в конце она исчезла, так как внутренность черная дыра наблюдателю недоступна.

Отвергнув возможность нарушения второго начала, Бекенштейн дал следующее решение. Он расширил список таких характеристик тела, как масса, момент и заряд (которые не исчезают, а передаются черной дыре как целому, меняя соответствующим образом значения ее наблюдаемых параметров), и включил в него и энтропию, одновременно введя ее и в список наблюдаемых параметров черной дыры. Спасение второго начала происходит при этом потому, что падающее тело меняет (увеличивает) энтропию самой черной дыры на величину, не меньшую исходной энтропии тела.

Итак, черные дыры в отношении *элементарности* своих свойств подобны квантовым объектам. Можно предположить, что в обоих случаях мы имеем дело с существенным отличием метрики объектов от метрики 3-мерного евклидова пространства. С другой стороны, для квантовых объектов принципиальной является их нелокальность, тогда как для описания черных дыр концепции нелокальности не используются. Открытым остается вопрос, которым я и закончу эту книгу: подчиняются ли ансамбли черных дыр правилам квантовой теории?

Дополнение 2007 г. Я хотел бы дополнить этот текст, написанный в 2004 г., двумя примечаниями.

Во-первых, пришедшим мне в голову объяснением того, почему энтропия черной дыры пропорциональна ее площади, а не объему, как для классического объекта. Дело в том, что энтропия является аддитивным (экстенсивным) свойством, а в случае черной дыры представляющей ее геометрической сущностью является именно поверхность, внутри которой действительно “ничего нет”.

Во-вторых я хотел бы привести следующую цитату (перевод мой) из отчета о конференции по основаниям квантовой физики (см. arXiv:quant-ph/0610052 v1 8 Oct 2006):

> … Pereira сказал нам, что используя расширенную интерпретацию Хокинга-Эллиса, решение Керра-Ньюмена уравнений Эйнштейна, как может быть показано, представляет спинорную пространственно-временную структуру, эволюция которой определяется уравнением Дирака. Решение Керра-Ньюмена может, таким образом, быть содержательно интерпретировано как модель электрона, в которой представления о массе, заряде и спине оказываются связанными с пространственно-временной геометрией. В этом смысле они могут рассматриваться как конкретизация идеи Уилера о ”массе без массы, заряде без звряда ”, а также ”спина без спина ”.

БИБЛИОГРАФИЯ

[Аспек, 2000] Alain Aspect. ***B****ell's theorem: the naive view of an experimentalist*. Выступление на конференции памяти Джона Белла, состоявшейся в Вене в декабре 2000 года. Опубликован в "Quantum [Un]speakables - From Bell to Quantum information", изд. R. A. Bertlmann и A. Zeilinger, Springer (2002). Оригинал доступен на сайте П.В. Куракина по ссылке http://quantum3000.narod.ru/edupapers.html, рус. пер. см. по ссылке http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/aspek_teorema_bella.pdf .

[Белл, 1964] J.Bell, Physics (N.Y.) 1, p.195, 1964.

[Белокуров и др., 2000] Белокуров В.В., Тимофеевская О.Д., Хрусталев О.А. *Квантовая телепортация – обыкновенное чудо*. Ижевск, РХД, 2000.

[Ведринский, 1997] Ведринский Р.В. Квантовый ээффект Зенона. Соросовский образовательный журнал, № 9, 1997 (текст доступен на сайте http://quantum3000.narod.ru/)

[Вильф, 2000] Вильф Ф.Ж. *Еще раз о спине точечной частицы, формуле Эйнштейна и релятивистском уравнении Дирака.* Москва, Едиториал УРСС, 2000.

[Вильф, 2003] Вильф Ф.Ж. *Логическая структура квантовой механики.* Москва, Едиториал УРСС, 2003.

[Владимиров, 1998] Владимиров Ю.С. *Реляционная теория проства-времени и взаимодействий. Часть 2. Теория физических взаимодействий.* Москва, Издательство МГУ, 1998.

[Гельфер и др., 1975] Гельфер Я.М., Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. *Парадокс Гиббса и тождественность частиц в квантовой механике*. Москва, Наука, 1975.

[**Джеммер, 1967**] Jammer M. *The conceptual development of quantum mechanics*. Mc Graw-Hill, 1967. (Рус. пер.: Джеммер М. *Эволюция понятий квантовой механики*. Москва, Наука, 1985)

[Зурек, 2002] Zurek H. Woitech. *Decoherence and the Transition from Quantum to Classical*. Los Alamos Science, Number 27, 2002 (текст доступен на сайте http://quantum3000.narod.ru/)

[Кауфман, 1977] Кауфман У. *Космические рубежи теории относительности*. http://www.astronet.ru/db/msg/1176804

[**Киржниц**] Киржниц Д.А. *Горячие черные дыры. Новое в понимании природы теплоты* http://www.astronet.ru/db/msg/1171229

[Ландау и Лифшиц, 1965] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.. *Механика.* Москва, Наука, 1965.

[Ландау и Лифшиц, 1967] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.. *Теория поля.* Москва, Наука, 1965.

[Ландау и Лифшиц, 1976] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.. *Статистическая физика. ч. 1.* Москва, Наука, 1976.

[Менский, 1998] Менский М.Б. *Явление декогеренции и теория непрерывных квантовых измерений*. УФН, том 168, № 9, стр. 1017, 1998 (текст доступен на сайте http://quantum3000.narod.ru/)

[Менский, 2003] Менский М.Б. *Диссипация и декогеренция квантовых систем*. УФН, том 173, № 11, стр. 1999, 2003 (текст доступен на сайте http://quantum3000.narod.ru/)

[Пайс, 2002] Pais Abraham. *The Genius of Science. A Portrait Gallery.* University Press, Oxford (Рус. пер.:Пайс Абрахам. *Гении Науки.* Институт компьютерных исследований/РХД, Москва, 2002)

[Пенроуз, 2003] Penrose, R. *The Emperor's New Mind.* Oxford University Press, 1989 (Рус. пер.: Пенроуз Р. *Новый ум короля.* Москва, Едиториал УРСС, 2003)

[Рандалл, 1989] Рандалл Р.Б. *Частотный анализ*. Изд. компании Брюль и Къер (Перевод с 3-го идания книги на английском языке).

[Фейнман и др., 1963] Feynman R., Leighton R., Sands M. *The Feynman lectures on physics*. Addison wesley publishing company, inc., 1963. (Рус. пер.: Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. *Фейнмановские лекции по физике*. Москва, Мир, 1978)

[фон Нейнман, 1932] v. Neumann J. *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Berlin, Verlag von Julius Springer, 1932. (Рус. пер.: фон Нейнман И. *Математические основы квантовой механики.* Москва, Наука, 1964).

[Шишлова, 1998] Шишлова А. *Квантовая механика. Иной взгляд. По материалам журналов "Успехи физических наук" и "Scientific american".* Журнал "Наука и жизнь" № 8, 1998 (текст доступен на сайте http://quantum3000.narod.ru/)

[Шредер, 2001] Шредер М. *Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая.* Москва-Ижевск, НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001.

[Шульман, 2003] Шульман М.Х. *Теория шаровой расширяющейся Вселенной.* Москва, Едиториал УРСС, 2003.

[Шульман, 2006] Шульман М.Х. *Парадоксы, логика и физическая природа времени.* См. http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/shulman_paradoksy.pdf

[Эйнштейн и др., 1935] A.Einstein, B.Podolsky, and N.Rosen, Phys. Rev. 47, p. 777, 1935.