Самоорганизация времени: эволюционная партитута, от циклов к ритмокаскадам

Буданов В.Г.

Что наша жизнь — фрактал!

Солнечная система, ближний космос, биосфера, человек и социум подвержены циклическим процессам, обладающим удивительным свойством подобия на разных иерархических уровнях эволюции. Одни и те же ритмы, или кратные им, можно встретить на разных масштабах реальности. Одни и те же гармонические пропорции ритмов повсеместны от мега до микро масштабов. Как объяснить это подобие и синхронность с позиций накопленного нелинейной динамикой опыта? Как найти законы эволюции спектров частот и их генетику в процессе эволюции Вселенной и ее частей? Как рождается партитура «музыки сфер», в симфонии которой есть партии звезды и живой клетки, психики и социума.

Фактически мы видим только результат творчества Вселенной, но не сам процесс эволюции. Этот процесс вовсе не есть просто переходный процесс к аттрактору сегодняшнего дня, но сама суть эволюции, которая никогда не завершается. Только сейчас мы стали разбираться с эволюцией Универсума, несколько лучше понимаем эволюцию Звезд, Солнечной системы, довольно плохо понимаем эволюцию Земли, еще хуже эволюцию жизни. Зато подробно изучены программы онтогенеза живых организмов — сегодняшних звеньев эволюции, по которым мы пытаемся проводить ее ретроспективный анализ.

Попробуем решать эту проблему иначе, а именно, методами аутентичной синергетики, которая, в первую очередь, является искусством моделирования реальности. Она стала серьезной междисциплинарной наукой, родившись на пересечении культур нелинейного моделирования, предметного знания и философской рефлексии.

Естественно, что эволюционные процессы любой природы изначально находятся в фокусе рассмотрения синергетики. Дарвиновская триада «изменчивость, наследственность, отбор» прослеживается во всех формах эволюции, и всякий раз расшифровывается в системно-синергетическом языке, аппелирующему к строгим моделям и математическим теоремам. В информационном аспекте она эксплицирует кастлеровское определение ценной информации, как «случайного, запомненного выбора», широко принятое в синергетической теории информации, и моделируемого с помощью теории диссипативных структур, перемешивающего слоя, теории игр и т.п. Однако синергетика объясняет и ламарковские, додарвиновские механизмы «эволюции без отбора», сходные с теорией морфогенеза Р.Тома и «сопряжения со средой» в теории аутопоэзиса. Кроме того, предкризисное замедление характерных ритмов системы «затишье перед бурей», так же как увеличение шумовых флуктуаций в окрестности точки бифуркации есть теоремы теории динамических систем и теории катастроф. Однако, в жизни эти принципы синергетики эксплицированы повсеместно, от стагнации в экономике, биржевой лихорадки, психофизиологических реакций, до процессов увеличения разнообразия видов в фазах ароморфозов, расцвета мультикультурных отклонений в период зарождения новой традиции или нормы, а также увеличения информационного хаоса (сомнений) перед принятием решения. Таким образом, не элевационизм, объясняющий природу по Ф.Энгельсу, из, якобы, известных, законов развития духа и общества, и не панпсихизм, готовый занять место научной рациональности, но универсальные принципы синергетики, присущие всем адекватным нелинейным моделям реальности, лежат в основаниях универсального эволюционизма. Фактически, принципы синергетики это и есть законы универсального эволюционизма, развития и эволюции сложных систем (Хакен, Пригожин, Курдюмов, Эбелинг, Чернавский, Буданов и д.р.). Их особенность в том, что они неплохо описывают локальные явления. Однако, это вовсе не значит, что не могут быть открыты новые законы или парадигмальные модели.

Я уверен — существуют, должны существовать и глобальные холистические пространственно-временные законы, о возможности их существования говорит наличие в природе двух следующих фундаментальных холистических механизмов связности Универсума. Первый механизм опосредован динамическим хаосом в нелинейных системах и заключается в возможности синергетической синхронизации слабо связанных, удаленных нелинейных систем. (И. Помо, Г. Видаль). Например в часовой мастерской все настенные часы самосинхронизуются за счет слабых нелинейных взаимодействий через вибрации стены. Он, в частности, обосновывает идеи самогармонизации ритмов космоса, а так же космо-земных связей. Второй механизм основан на существовании макроквантовых корреляций (эффект Эйнштейна-Подольского-Розена), которые связывают специфическим некаузальным образом явления в разных частях Вселенной, да и в локальных областях тоже, что может перевернуть наши взгляды на природу эволюции и сознания

(М. Менский). В любом случае, будущие нелокальные законы носят квантово-синергийный характер, но описываться будут, вероятно, в терминах теории информации. На мега масштабах, это, скорее всего, можно будет обнаружить по автомодельным закономерностям значимых бифуркационных событий. На сегодняшний день эмпирические автомодельные закономерности мега развития обнаружены С. Капицей, А.Пановым. Теоретические модели, так же подтвержденные экспериментами, в рамках кибернетического подхода были построены С.Гринченко; а на основе синергетического метода ритмокаскадов В.Будановым. Но лед только тронулся и еще предстоит большая исследовательская работа.

Попробуем разобраться, в чем ограниченность традиционных подходов к описанию времени в эволюционирующих системах и предложить конструктивную альтернативу.

Дело в том, что при описании системы как части Универсума мы с неизбежностью вынуждены отнести часть физических факторов, к внешним для нее факторам, а часть к внутренним. Аналогично принято поступать и с ритмами — деление на экзогенные и эндогенные ритмы (внешние для системы и внутренние). Но ритм есть свойство целостной системы, и такое разделение, вообще говоря, не всегда правомерно. Хотя именно так возникает идея причинно-следственных влияний планет (возможно опосредованно через Солнце) на биосферу, а в древности родились астрологическая эмпирика и язык (напомним, что А.Л. Чижевский так и называл гелиотараксию, свою науку о солнечно-земных связях,—«новая астрология»). Плодотворность этого подхода безусловна, но далеко не всегда множество корелляций и синхронизмов явлений можно объяснять их причинно-следственной связью. Общая причина может быть совершенно иной, люди засыпают не потому, что влияют друг на друга, а потому, что приходит ночь.

Но возможна и другая, альтернативная, точка зрения, когда на каждом иерархическом, квазизамкнутом, уровне доминирует лишь один, или малое число экзогенных или даже автоколебательных эндогенных ритмов-водителей (говоря синергетическим языком — параметров порядка), которые универсальным образом порождают богатый спектр эндогенных внутренних ритмов системы, в некотором смысле подобных эндогенным ритмам других уровней. Такой универсальный механизм должен существовать, так как Универсум имеет только эндогенные ритмы самоорганизации сложного, всякий экзогенный ритм является эндогенным для объемлющей системы.

При последнем подходе, ожидать причинно-следственных корреляций всех подобных ритмов, видимо, не приходится, хотя синхронизация вполне возможна. Дело в том, что в последние двадцать лет теории динамического хаоса, диссипативных структур и синергетика «раскрыли» систему и связали ее в точках бифуркаций со всеми уровнями реальности за счет сверхсенситивности динамических структур хаоса, что позволяет оправдать гипотезу синхронизации экзогенных и эндогенных ритмов, сами же эндогенные ритмы – автоколебательные структуры в диссипативных системах (например химические часы) зачастую вообще не требует никаких внешних периодических воздействий (Белоусов, Жаботинский, Пригожин). И все же, «вместе» еще не значит «вследствие», и многие иллюзии локальной причинности придется оставить, но возникнет глобальная, эволюционная причинность ритмической ткани Вселенной.

Следует сразу уточнить, что речь не идет просто о комбинационных резонансных частотах нелинейной системы (обычно среди них много «лишних»), и что мы понимаем под ритмом не только и не столько синусоидальный бесконечный ритм, но скорее жесткую в своих пропорциях программу развития и функционирования сложной эволюционирующей системы. Именно так можно подходить к развитию не теплокровных животных и растений, образующих большую часть биосферы, особенно стадий эмбриогенеза (программа развития за счет автономных запасов питания). В эмбриогенезе внутренние биохимические часы — период митотического дробления — могут менять свой физический темп хода в несколько раз в зависимости от естественных колебаний температуры среды, совершенно не кореллируя ни с какими внешними ритмами.

Истина как всегда должна быть посередине, но наша цель раскрыть возможности именно второго, почти не исследованного подхода, поскольку для его описания еще недавно не было ни математических методов нелинейной динамики, ни синергетической методологии.

Итак, мы вновь ищем законы холизма, законы самосборки реальности, но теперь понимая, что они не локальны, ни в пространстве, ни во времени, но функционально самоподобны на разных масштабах, что на манер квантовополевых теорий бутстрапа, позволяет повторять вечную формулу — «все во всем». Далее мы основываемся на идеях и результатах полученных автором.

Основная идея

Структуры в нелинейных развивающихся системах могут возникать (существовать) или напротив исчезать (отсутствовать) в областях нелинейных резонансов, известных еще со времен Пуанкаре, а принципы гармонии отражают простейшие правила при-

оритета, очередности рождения этих структур. Создавая своего рода правила суперотбора — морфогенетичекую волну, и кардинально сокращая время эволюции Вселенной. Назовем такой механизм развития КРЕАТИВНО-РЕЗОНАНСНЫМ.

Фактически это означает наличие дополнительных факторов направленного нестихийного отбора, *сомосогласованную эволюцию минимум двух иерархических уровней: квазиконсервативного и диссипативного*. Последний уровень в процессе структурных переходов создает параметры порядка и новые частоты, пополняя моды первого уровня, которые резонируют между собой и инициируют эти структурные переходы. При таком креативно-резонансном механизме развития последовательно реализуются не все возможные резонансные структуры, а лишь энергетически ближайшие.

В столь общей формулировке это скорее руководство к действию, метаидея, всякий раз требующая контекстуального воплощения.

Золотое сечение как волна резонансов

Золотые пропорции (золотое сечение – ЗС) как проявление принципов красоты и гармонии настолько повсеместны в изобразительном искусстве, живой природе, пропорциях человеческого тела, что издревле их распространенность относилась на счет божьего промысла. Современная наука, обнаруживая ЗС во множестве природных и математических структур, по-прежнему в недоумении по поводу истоков системной общности феномена ЗС. Исключения составляют работы Лефевра по ЗС в области психологии, да, пожалуй, критерий ЗС определения границы ХАОС-ПОРЯДОК в общих системах с динамическим хаосом (Шустер). Вместе с тем ЗС почти всегда проявляется в живых и человекомерных системах, являясь их отличительным свойством. Не случайно в неживой природе (в макро-масштабах и в кристаллографии) нет симметрий пятого порядка, однако она проявляется на мегамасштабах эволюции, например в структуре Солнечной системы и структуре геофизических аномалий Земли.

Покажем, что для распространенности феномена ЗС в природе есть веские основания. Применим основную идею креативно-резонансного подхода, к нелинейной системе с достаточно богатым спектром частот, порождаемым двумя базовыми частотами $\omega_1 \leqslant \omega_2$. Это могут быть как эндогенные, так и экзогенные ритмы системы, важно, чтобы система была достаточно сложной, и могла структурно поддерживать в своем развитии высокие комбинационные частоты. Тогда наиболее сильный резонанс и, следовательно, вероятность возникновения структурной перестройки будет происходить на ближайших суммарных или разностных комбинационных частотах $/\omega_1 \pm \omega_2/$. После такой перестройки возможен структурный резонанс на следующих ближайших комбинационных частота $\omega_1 + 2\omega_2$,..., и т.д. Этот процесс образует **волну структурных перестроек в пространстве резонансных частот** системы. На каждом шаге существует **максимальная частота**, которая имеет тот же генезис, что и ряд чисел Фибоначчи, так как она равна сумме двух максимальных частот на предыдущих шагах, а, следовательно **отношение максимальных частот для двух последовательных шагов структурных перестроек стремится к золотому сечению с увеличением** числа шагов, если конечно система поддерживает перестройки на высоких частотах. На n-м шаге максимальная частота дается простой формулой

$$\omega_n = A_{n-1}\omega_1 + A_n\omega_2,$$

где A_n - члены стандартного ряда Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

В общем случае многих базовых частот все приведенные выводы остаются в силе, а две частоты порождающие волну резонансов ЗС это максимальная частота и ближайшая к ней. Причем, огибающая максимальных частот структурных перестроек растет по закону Фибоначчи.

Отметим, что процесс **может инициироваться даже одной частотой, но породившей за счет сильной нелинейности структуру на ближайшей второй гармонике**, тогда дальнейшее структурирование идет, как было описано на суммарных и разностных частотах, и максимальные частоты просто пропорциональны числам стандартного ряда Фибоначчи; возможно, это и объясняет его особую распространенность. Легко показать, как достраиваются все меньшие члены ряда Фибоначчи на разностных частотах, а затем порождается ряд для квадрата ЗС, но все эти условия не обязательно граничные для системы с многими базовами частотами.

В отличие от обычных подходов к изучению ЗС мы стартуем с временного спектра, а не пространственной формы. Во-первых, это проще и диктуется самой идеологией исследования нелинейной динамики, а во-вторых единственно правильно, т.к. спектр форм в развивающейся системе будет повторять правило ритма ЗС, но в сжимающейся последовательности, лишь для достаточно материально однородных структур со слабой дисперсией (слабой зависимостью скорости волны от частоты), поскольку характерный размер структур порядка v/ω. Если же материя существенно неоднородна, что довольно часто бывает, то

пространственные формы нарушают симметрию ЗС, и временная симметрия ЗС становится скрытой.

Таким образом, можно предположить, что **золотое сечение встречается много чаще на уровне временных спектров, нежели в пространственных формах** (здесь надо оговориться — мы смотрим за эволюцией спектра). Быть может, поэтому столь доступен для восприятия язык музыки: консонансы есть отношения первых членов ряда Фибоначчи и их дополнения до октавы.

Прекрасной иллюстрацией нелинейного временного подхода к частной эволюционной задаче ЗС является работа К.П. Бутусова, в которой ЗС появляется как резонанс самосогласованного формирования соседних орбит планет. В нашем подходе ЗС —ассимптотическое свойство целостной системы, последовательно проходящей фибоначчивы структуры, часть из которых может и исчезнуть к моменту наблюдения, что, например, справедливо для планетных орбит. (Бутусов)

Может возникнуть вопрос, как столь простой механизм мог остаться незамеченным ранее? Дело в том, что физика овладела идеологией диссипативных структур совсем недавно — лет двадцать (химическая кинетика, турбулентность, плазма и т.д.), в то время, как теория консервативных систем развивалась более ста лет в совершенно других предметных областях (небесная механика, теория колебаний, теория поля и т.д.), их первая встреча возникла при построении резонансных моделей происхождения и эволюции Солнечной системы (А.М. Молчанов, А.М. Чечельницкий, П.К. Бутусов); к живым системам такой подход просто не применялся. Кроме того, известно расхожее мнение, что ЗС есть признак лишь живых систем, и не встречается в неживой природе, сейчас мы понимаем, что это не так, просто время эволюции целостных, по настоящему сложных «неживых» систем слишком велико для нас, впрочем, как и масштабы. Правильнее говорить, что ЗС есть признак эволюционирующих систем, обладающих достаточно богатым структурным иерархическим потенциалом, а так же механизмами наследования и коммуникации (внешней и внутренней). (как говорил А.М.Молчанов (1966), —»...зрелая эволюционная система неизбежно резонансна»). Фактически такой подход размывает понятие системы, слишком открыта она к обоим, мега и микро-уровням; слишком организмичным становится сам порождающий Универсум, а система — похожей на него. Это свойство эволюционирующих систем обеспечивается в фазах становления за счет креативно-коммуникативного свойства динамического хаоса — непременного условия порождения структуры. Динамический хаос обладает одним замечательным качеством — сверхчувствительностью, он открывает систему внешнему миру. Понятие замкнутой изолированной системы становится недостижимой идеализацией. Система вступает в диалог со Вселенной, она причащается Универсуму, ощущает себя его частью и подобием. Именно в хаотических эволюционных фазах возможно восприятие, получение информации из целостного источника, синхронизация и гармонизация системы в согласии с космическими принципами. Подробнее о роли динамического хаоса в эволюционных процессах сказано Д.С. Чернавским. Наше объяснение носит достаточно универсальный характер и позволяет прогнозировать и целенаправленно искать (создавать) системы, эволюционирующие по принципам ЗС.

Развивающиеся системы с памятью

Рассмотрим теперь наиболее общую постановку задачи о развитии в систем с памятью. Действительно, одним из главных признаков живых и социальных систем является память — передача информации, что обычно записывается на языке связей поколений (это немарковские процессы), их минимальное число равно трем: внуки, отцы, деды. Однако основой современного естествознания служит дифференциальная динамика, или марковские процессы, которые плохо приспособлены для описания таких систем, в них задействованы лишь два поколения, следующий шаг полностью определяется настоящим.

Итак, пусть задана произвольная система с дискретным временем и памятью в к поколений: X(n+1) = F(X(n), X(n-1), ...X(n-k)), и пусть существует стационарное конечное решение системы: C = F(C, C, C,....), асимптотическое для больших значений n. Точнее X(n) = x(n) + C, причем x(n) стремится к нулю в некоторой окрестности точки C, при стремлении n к бесконечности.

Тогда, разлагая правую часть вблизи неподвижной точки в ряд Тейлора, получаем главный член асимптотики:

$$x(n+1) = a_1 x(n) + a_2 x(n-1) + ... + a_k x(n-k),$$

где коэффициенты являются первыми частными производными от соответствующих аргументов функции $F(x_1, x_2, ... x_k)$. Скорость сходимости в такой последовательности задается степенной функцией не быстрее a^n.

В том случае, когда все первые производные от F равны нулю, т.е. стационарная точка является экстремумом функции, главный член асимптотики задается общей квадратичной формой:

$$x(n+1) = a_{10} x(n)x(n) + a_{11} x(n)x(n-1) + ... a_{1k} x(n)x(n-k),$$

где коэффициенты пропорциональны вторым частным производным от функции F. На самом деле выживает только один старший член в сумме с ненулевым коэффициентом, у которого максимален второй индекс p:

$$x(n+1) = a_{1p} x(n) x(n-p) .$$

Причем скорость сходимости много быстрее чем в линейном случае и лежит в диапазоне от a^{2^n}, до $a^{\sqrt{2}^n}$. Она максимальна при p=0.

Выдвинем гипотезу, **что в результате эволюционного, естественного отбора в живых системах должны были реализоваться сценарии развития с максимальной скоростью сходимости к стационарной точке. Т.е. природа отбирает самые быстрые сценарии развития эмбриогенеза, онтогенеза и т.д.** Идея отбора законов природы в процессе эволюции, насколько нам известно, выдвигалась ранее Малинецким и Куракиным. Таким образом, вырожденность или экстремальность функции F в асимптотической точке может быть эволюционно обусловлена.

Замечательно, что после замены переменных $x(n) = 1/a_{1p} \exp y$ (n) мы приходим к системе, так называемых, **обобщенных рядов Фибоначчи**, исследование которых началось лишь лет двадцать тому назад [10]:

$$y(n+1) = y(n)+y(n\text{-}p). \qquad (***)$$

Эмпирически, а теперь и теоретически, подтверждается, что именно обобщенные ряды Фибоначчи задают наиболее распространенные в природе, экстремально быстрые законы развития. Обратим внимание, что переменные y(n) теперь отрицательны и стремятся к бесконечности.

Рассмотрим теперь два самых быстрых и распространенных сценария сходимости.

1. Октавный закон (самый быстрый закон развития). Максимально возможная скорость сходимости (убывания) реализуется при p=0 по простейшему закону удвоения — геометрической прогрессии со знаменателем двойка:

$x(n+1) = a_{10} x(n) x(n)$, его решение имеет вид:

$$x(n) = a_{10}^{2n-1} x(0)^{2n} , \qquad (*)$$

или в экспоненциальных переменных $y(n+1) = 2y(n)$, его общее решение имеет вид:

$$y(n) = 2^n y(0) . \qquad (**)$$

Однако заметим, что в этих уравнении мы фактически **утрачиваем глубину памяти, возвращаясь к обычным марковским процессам** дифференциальной динамики.

Название «октавный закон», или закон удвоения взято нами по аналогии с музыкальной теорией, когда перенос ноты-звука на одну октаву, означает увеличение (или уменьшение) частоты звука в два раза. Это и выражено уравнением (**), если полагать $y(n)$ частотой звука в n-ной октаве. В частности «октавный закон» для музыкальных частот явно соответствует каскаду удвоения частот (периодов) известного в нелинейной динамике закона Фейгенбаума, однако в наших уравнениях переменные могут и не являться частотами. Отметим, что для описания развития достаточно задать лишь одно начальное состояние $x(0)$.

2. Ряд Фибоначчи (самый быстрый немарковский закон развития). Следующий после «октавного закона» и первый по скорости сходимости среди немарковских сценариев будет обычный ряд Фибоначчи (p=1).

$$x(n+1) = a_{11}x(n)x(n-1) \text{ или } y(n+1) = y(n) + y(n-1),$$

причем асимптотическое отношение двух последовательных членов ряда при n, стремящемся к бесконечности, равно: $y(n+1)/y(n) = \Phi = 1.618...$ — Золотое Сечение.

Тогда справедлива следующая простая **Теорема:** Необходимым и достаточным условием асимптотического стремления решения системы к стационарному состоянию С по «золотому сечению» (мультипликативная форма) является выполнение соотношений:

$$\partial F_X(X,Y,) = \partial F_Y(X,Y) = 0, \quad \partial^2 F_{YY}(X,Y) = 0, \quad \partial^2 F_{XY}(X,Y) \neq 0,$$

в стационарной точке X=Y=C.

Доказательство не вызывает затруднений, фактически оно написано выше, и сводится к анализу асимптотического поведения общей квадратичной рекуренции, в которой отсутствуют члены «самодействия» старшего поколения УУ. Если рассматривать уравнение поверхности $Z=F(X,Y)$, то это означает, что стационарная точка должна быть невырожденным экстремумом типа «седло», хотя, приведение к главным осям недопустимо, т.к. перемешивает поколения. Это очень широкий функциональный класс систем, т.е. ЗС сечение является крайне распространенным феноменом в динамических системах с памятью. Выделенность среди прочих сценариев развития объясняется максимальной скоростью сходимости к асимптотике. Это подтверждает результат предыдущего раздела, полученного в частном случае для эволюции частот в сложных системах.

В том случае, когда члены рекуренции неограниченно растут, «стационарная» точка на бесконечности, для выполнения условия ЗС следует требовать асимптотического обнуления всех производных, кроме XY и возможно YY, но теперь напротив допустимо самодействие «старших» поколений *УУ* в то время, как запрещено самодействие «молодых» поколений XX.

Это позволяет ввести универсальный критерий для широкого класса дискретных систем с памятью, гарантирующий в окрестности устойчивой стационарной точки асимптотическую сходимость по ЗС. Проанализированы причины нарушения закона ЗС, они могут быть связан либо со «старческими браками» *УУ* в стабилизирующейся системе, либо, напротив, с «молодежными браками» XX, если стационарная точка на бесконечности – неограниченный рост. Все это позволяет обосновать распространенность ЗС в развитии социальных, живых и информационных систем. Отметим, что для описания закона развития теперь необходимо знать не только начальное состояние $x(0)$, но и состояние следующего шага $x(1)$, здесь память в один шаг. Для обобщенных рядов Фибоначчи необходимо задать р начальных состояний, детерминирующих закон развития, глубина памяти в р шагов. **Итак, для системы с памятью в р шагов максимальную скорость развития реализуют обобщенные р-ряды Фибоначчи**.

Эволюция энтропии и информации. Переход к логарифмическим координатам позволяет в некоторых случаях проводить информационно-энтропийную интерпретацию уравнений (так связана энтропия со статистическим весом). Кроме того, многие рецепторы и органы чувств так же имеют логарифмическую шкалу восприятия, поэтому можно ожидать, что в явлениях обработки информации, ее генерации и накопления проявляются приведенные выше закономерности.

Действительно, при объединении систем их энтропии и информации складываются, а статистические веса перемножаются, поэтому переменные $x(n)$ — аналоги статистического веса, а $y(n)$ — аналоги информации (энтропии). Допустим, теперь, что системы могут еще и реплицировать, т.е. воспроизводить свою копию, что распространено в живой природе (размножение), социуме (воспроизведение норм, ценностей, знаний), в информационных системах и т.д.. Шаг итеррации для (p=1) выглядит следующим образом: система данного поколения n копирует себя (оставляет потомка), при этом она не теряет информацию, после чего объединяется с системой (поглощает систему) предыдущего поколения n-1, образуя систему n+1 поколения, при этом энтропии (информации) систем двух поколений складываются. На следующем шаге, все повторяется, только роль «предшествующего» поколения играет подросший «потомок», набравший в окружающей среде тот же объем информации, что и его родитель, а ранее объединенная система вновь размножается и объединяется с «предыдущим» поколением. Это и есть ряд Фибоначчи для энтропии (информации), возникающий в растущей информационной системе с репликацией. Если с репликацией все более или менее понятно, то поглощение можно интерпретировать, в том числе, и как объединение генетического материала и как акт социализации или инициации, например.

В случае ряда с максимальной скоростью сходимости удвоения (p=0), репликация и поглощение происходят в пределах одного поколения. Данный закон является дискретным аналогом режима с обострением, правда система не уходит на бесконечность за конечное время, а растет экспоненциально.

В обобщенном ряде Фибоначчи (p>1) фазы репликации и поглощения разделены несколькими поколениями, что, видимо, так же встречается в природе.

Достаточно ли квадратичных систем? Мы подробно рассмотрели квадратичные или парные взаимодействия, которые отражают коллективные эффекты и повсеместно встречаются в природе и социуме. Однако в общем случае в разложении функции F можно было бы учитывать и более высокие степени разложения, например, кубические, причем они доминируют лишь если степень вырождения стационарной точки повышается (равны нулю не только первые, но и вторые производные, т.е. нет квадратичных членов), в таком случае сходимость рядов будет еще быстрее. Однако, на наш взгляд, в реальных системах они не должны играть заметной роли. Дело в том, что, во-первых, они отвечают за многочастичные взаимодействия, неразложимые на парные двухчастичные взаимодействия — явление довольно редкое и пока плохо изученное; во-вторых, они дают ускоренную сходимость если только отсутствуют парные взаимодействия, что трудно представить в реальной системе, хотя и можно создать в искусственной. Отметим лишь, по-видимому, они играют особую роль в рефлексивных системах и нейросетях, где скорость сходимости может быть еще выше, за счет когерентных эффектов сетевой коммуникации, типа социального поля коллективного интеллекта [9].

Принципы гармонии как эволюционные синхронизмы. Напомню, что мы понимаем под принципами гармонии: во-первых, октавный закон для характерных частот в системе, во-вторых, появление между частотами системы пропорций, равных попарным отношениям первых классических чисел Фибоначчи 1, 2, 3, 5, 8 и их кратных степени двойки. Именно так получаются все музыкальные консонансы восприятия: октава-2/1, квинта-3/2, кварта-4/3, малая терция-6/5, большая терция-5/4, малая секста-5/3, большая секста-8/5. Если бы мы брали просто резонансы Пуанкаре (отношение любых целых чисел) в нелинейных системах, то возникло бы столько же диссонирующих, негармонических, неприятных созвучий-пропорций. Однако, наблюдение планетных систем эволюционировавших сотни миллионов лет действительно подтверждают, что в отношениях частот обращений планет явно доминируют именно консонансы. В-третьих, существенная выделенность для эстетического восприятия золотой пропорции — предельной пропорции ближайших членов ряда Фибоначчи. Это в первую очередь относится к пространственным пропорциям в архитектуре, дизайне, живописи и конечно ко всем живым системам.

Согласно нашим результатам многие физические величины эволюционирующих систем должны преимущественно развиваться по законам обобщенных рядов Фибоначчи, в которых октавный закон и классический ряд Фибоначчи должны давать наибольшую скорость эволюции. Поскольку, любые физические процессы происходят в пространстве и во времени, а, следуя Молчанову, «любая зрелая эволюционная система резонансна» и частоты всегда связаны с пространственными распределениями физических величин, то опосредованно и пространственно временные спектры развития так же содержат эти законы. То есть принципы гармонии пронизываю наш Космос, нашу жизнь и являются свидетельствами и механизмами оптимального способа бытия и развития мира.

Задачи коллективного потребления с иерархией приоритетов: ритмокаскадный оптимум

Задачи потребления с иерархией доступа к ресурсу широко распространены в экономике, теориях массового обслуживания, биоценозах и техноценозах. Они возникают, например, при обработке информации с иерархией приоритетов доступа потребителей к серверу или источнику информации [1] и т.д. В работе рассмотрены общая постановка задачи и проблема ее оптимизации в случае разных детерминированных стратегий поведения, а так же ситуации автомодельных распределений и их ритмокаскадного оптимума, основные идеи развивались в (33).

Рассмотрим задачу потребления ресурса из общего источника несколькими потребителями, находящимися в отношении строгого приоритета, иерархии доступа к ресурсу. Переномеруем потребителей по приоритету доступа, начиная с безусловного приоритета у первого потребителя с номером $n = 1$. Будем говорить, что n-му потребителю взаимнооднозначно соответствует n-й иерархический уровень системы, на котором задана его стробоскопическая *функция потребления* $F_n(t)$, т.е. функция, принимающая в каждый момент времени t значение 0 — не потребляет (пассивен), или 1 – потребляет (активен), это последовательность прямоугольных импульсов переменной длины и скважности, но единичной амплитуды. Иерархичность означает, что n-й уровень может быть активирован лишь в *окнах доступа*, т.е. в моменты, когда все старшие, вышележащие уровни пассивны: $F_m(t) = 0$, при $1\ m < n$. Итак, система потребления задается *семейством функций потребления* $\{F_n(t)\}$или временной *пирамидой потребления*, обладающей указанными иерархическими свойствами. Введем *функцию интегрального потребления*

$$I(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \leqslant 1\,, \qquad (1)$$

которая максимизмруется, то есть становится единичной функцией лишь при непрерывном использовании ресурса: в любой момент времени t найдется уровень m с функцией потребления. $F_m(t) \neq 0$. Введем так же критерий эффективности использования ресурса — долю времени его потребления за некоторый период T на отрезке (a, a+T).

$$I(a,T) = \frac{1}{T}\int_{a}^{a+T}\sum_{n=1}^{\infty} F_n(t)dt \leqslant 1\,. \qquad (2)$$

Аналогично вводится *функция эффективности протекания*, перкаляции ресурса на конкретный уровень, долю времени потребления этим n-м уровнем за период T.

$$I^n(a,T) = \frac{1}{T}\int_{a}^{a+T} F_n(t)dt \leqslant 1\,. \qquad (3)$$

1. Стратегии потребления, постановка задачи.

Рассмотрим теперь несколько типичных стратегий потребления, для этого введем понятие *собственной функции потребления* $f_n(t)$ для n-го потребителя, — функция его потребления в отсутствии других потребителей. Не теряя общности, будем полагать, что $f_n(t) = 0$, при $t < 0$. Стратегии отличаются принципами выбора собственных функций, их взаимных корреляций, способами учета коллектива потребителей. Будем называть *стратегией потребления* набор собственных функций потребления и условия их синхронизации. В общем случае *прямая задача потребления* имеет вид: дана стратегия потребления, требуется найти семейство функций потребления, или пирамиду потребления. Возможна и *обратная задача* — нахождение стратегии, реализующей данную пирамиду потребления. Фактически, стратегии это правила локального поведения участников, а пирамида $\{F_n(t)\}$ и функции потребления $F_m(t)$ это интегральный результат их согласованного взаимодействия. Ниже мы рассматриваем только прямые задачи.

1.1. Стратегии независимых потребителей (слепые стратегии).

«Я уже стоял в очереди, у меня и номерок на руке записан» — потребитель многократно приходит в очередь, когда ему удобно и пропускает вперед всех старших потребителей, т.е. с меньшими, чем у него номерами, не взирая на изменения в составе очереди, после чего потребляет сам. Стратегия называется «слепой» потому, что потребитель пытается следовать собственной функции потребления, словно он один, но очередь ее корректирует. При этом реальные функции потребления легко находятся:

$$F_1(t) = f_1(t)$$

$$F_2(t) = (1 - f_1(t))f_2(t) = (1 - F_1(t))f_2(t)$$

$$F_3(t) = (1 - F_1(t) - F_2(t))f_3(t) = (1 - f_1(t) - f_2(t) + f_1(t)f_2(t))f_3(t) \qquad (4)$$

$$F_n(t) = (1 - \sum_{k=1}^{n-1} F_k(t))f_n(t)$$

Поскольку длю любой стробоскопической функции со значениями 0 или 1: $f_k^2(t) = f_k(t)$, то при совпадении нескольких собственных функций потребления реальные функции потребления обнуляются у всех, кроме старшего среди них уровня. Такие стратегии обычно возникают стихийно, либо при невозможности изменить собственную функцию потребления. При этом большую часть времени можно провести в пустом ожидании и эффективность реального потребления уровня, по сравнению с ожидаемой эффективностью, т.е. для собственной функции, может быть существенно ниже.

1.2. Адаптивные стратегии синхронизации (стратегии по предварительной записи).

В этих стратегиях собственные функции последующих уровней строятся с учетом функций потребления предыдущих уровней так, что совпадают с фрагментами реальных функций потребления. Тогда не происходит потерь времени при простаивании в очереди и ожидаемая эффективность в окне доступа, получающаяся заменой $F_n(t)$ на $f_n(t)$

в (3), совпадает с эффективностью реальной. Для этого следует собственную функцию n-го уровня всякий раз строить только в окнах доступа этого уровня. Это рефлексивные стратегии потребления «по предварительной записи» или «по расписанию». Приоритет заполнения окна доступа получает тот, кто раньше записывается, потенциально выбирая ресурс, после чего, сокращенное окно доступа предоставляется для записи следующему потребителю. Фактически, акция «записи» это имитация реального процесса потребления. При этом потребитель знает все свои окна доступа и адаптирует свое потребление, синхронизируя запуск возможности потребления с началом, а его завершение с окончанием каждого окна доступа. Очередь в записи и есть очередь в иерархии, при этом строя собственную функцию вы просматриваете (выспрашиваете) все окна доступа. Именно так, например, мы покупаем билеты в театр на сезон по предварительной продаже. Это наиболее интеллектуальная, человекомерная стратегия, однако, если отказаться от условия строгой иерархии, то приходим к общей многофакторной ситуации в теории расписаний, которая может быть несравненно сложнее описанной выше.

1.3. Каскадные стратегии (стратегии условного рефлекса).

Это упрощенные адаптивные стратегии синхронизации, в которых каждый потребитель строит собственную функцию, разворачивая в очередном окне доступа всякий раз одну и ту же, свойственную только ему эталонную функцию $g_n(t)$, строго равную 0 на полуоси [-∞, 0]. Это комбинация слепого (поскольку у каждого потребителя лишь одна эталонная функция) и адаптивного методов, сдвигающих эталонную функцию и синхронизирующих ее с началом окна доступа. Роль собственной функции в очередном k-ом окне доступа $(t_{n,k}, t_{n,k}^{*})$ играет эталонная функция, отсюда и термин «каскадные», т.к. многократно перезапускается одна и та же эталонная программа потребления. Повторяющееся поведение при доступе к ресурсу напоминает рефлекторное поведение живого существа при повторяющемся стимуле — начале доступа к ресурсу. Реальная или полная собственная функция потребления n-го уровня получается как сумма сдвинутых эталонных функций заданных в окнах доступа $(t_{n,1}, t_{n,1}^{*}),...(t_{n,k}, t_{n,k}^{*})...$. этого уровня:

$$F_1(t) = g_1(t)$$

$$F_n(t) = \sum_{k=1} (1 - \theta(t - t^{*}_{n,k})) g_n \cdot (t + t_{n,k}) \qquad (5)$$

где $\theta(t)$ — обычная ступенчатая функция Хевисайда.

Стробоскопическая функция возможности доступа $P_n(t)$ на n-м уровне очевидно равна:

$$P_n(t) = 1 - \sum_{k=1}^{n-1} F_k(t)\,.$$

Тогда начальные и конечные точки окон доступа легко находятся, как точки положительных и отрицательных значений сингулярной функции, равной производной по времени от $P_n(t)$. Действительно, т.к. последняя образована суммой констант и тэтта-функций, то ее производная будет суммой обобщенных дельта-функций в граничных точках окон доступа. Иными словами:

$$d_t P_n(t) = -d_t \sum_{m=1}^{n-1} F_m(t) = \sum_{k=1} [\delta(t - t_{n,k}) - \delta(t - t^*_{n,k})]\,, \quad (6)$$

Тем самым, рекурентно находятся граничные точки окон доступа, и семейство функций потребления $\{F_n(t)\}$, заданных на полуоси $(0, \infty)$, итерационно определяется из совместной системы уравнений (5) и(6).

Эти задачи характерны в системах типа пищевых и потребительских пирамид в биоценозах и макроэкономике.

1.4. Однородные каскадные стратегии (стратегии «делай как все»).

Это еще более простые, однородные стратегии, представляющие собой каскадные стратегии с общей для всех потребителей эталонной функцией $g(t) = g_n(t)$, n =1,2,3,...Решение задачи по-прежнему находится рекуррентно из системы (5), (6).

Покажем, что при этом возникает частично *автомодельное*, самоподобное поведение в системе функций потребления. Поясним, что имеется ввиду. При однородной стратегии окна доступа любого уровня заполняются подобным образом. Максимально продолжительное окно доступа, возникающее к любому фиксированному моменту времени T, возможно только у первого иерархического уровня с функцией потребления $F_1(t) = g(t)$. Оно просто равно интервалу $(0,T)$. К этому моменту T в системе выстроится иерархическая *пирамида потребления* — семейство функций $\{F_n(t)\}$, $0 < t < T$, n =1,2,3,... Если на некотором m-ном уровне возникает окно доступа $(\tau,\ \tau + \mathrm{T})$, то в нем выстраивается пирамида потребления $\{F_{m+n}(t)\}$, $\tau < t < \tau + T$, n = 0,1,2,3, ..., $F_m(t) = g(t)$. *Самоподобие* означает, что во всех окнах доступа за равное время выстраиваются изоморфные пирамиды, точнее семейства функций совпадают при следующем *диагональном преобразовании*, т.е. одновременном сдвиге по шкале времени и по ряду иерархических уровней:

$$F_n(t) = F_{m+n-1}(t + \tau), \text{ при } 0< t < T,\ n =1,2,3,... \qquad (7)$$

В таком случае, при наличии бесконечного числа иерархических уровней, а так же зон пассивности эталонной функции $g(t)$ сколь угодно большой продолжительности, мы получаем, точнее «выращиваем» за бесконечное время самоподобный, фрактальный объект — полную пирамиду потребления. Это означает, что в окне доступа величины T для любого уровня, этот и нижележащие уровни воспроизводят программу развития всей системы за время Т, которая уже состоялась и развивалась раньше на старших уровнях от момента старта системы $t = 0$. Система, как бы вспоминает «молодость» с момента рождения. Замечательно, что можно использовать произвольные стробоскопические эталонные функций $g(t)$, в том числе, с неограниченно растущими окнами пассивности (но не так быстро растущими окнами активности) и, даже, со случайным распределением длин окон активности и пассивности. Понятно, что в обоих последних случаях когда-нибудь возникнет пассивное окно, большее наперед заданной величины, и фрактал реализуется на бесконечном числе уровней. Если же эталонная функция имеет пассивные ступени, не превышающие некоторого времени, то и фрагменты повтора не смогут быть больше этого времени, а предфрактал развивается на конечном числе уровней и система способна вспомнить лишь свое «далекое детство», не старше максимальной паузы доступа. В каждом таком окне на подчиненных уровнях воспроизводится копия развития всей пирамиды потребления от момента ее основания до момента равного величине окна. Очевидно, что только при наличии в системе окон сколь угодно большой длины пирамида обладает свойством строгой автомодельности. Отметим, что мы ограничились эталонными функциями с окнами не стремящемися к нулю.

Вероятно, благодаря однородным каскадным стратегиям потребления в природе и обществе широко распространены предфрактальные или частично фрактальные структуры и временные ряды, а так же автомодельные законы развития.

Введем еще несколько определений. Время t от момента начала строительства 0 полной пирамиды (время в функции $g(t)$ для первого уровня) можно назвать *календарным временем* или просто *текущим моментом*. Введем понятие *физического возраста уровня*, он равен интервалу времени от момента первого доступа к ресурсу этого уровня до текущего момента. Для каждого уровня, в случае однородных каскадных стратегий, возникает естественное понятие *собственного возраста уровня*. Оно равно размеру максимального завершенного окна доступа на этом уровне (завершенность означает, что непосредственно перед закрытием окна доступа уровень потреблял ресурс) на данный момент времени t, за это время и реализуется наиболее полное подобие раннего этапа развития полной пирамиды. Можно еще сказать, что это максимальное время, которое прожил уровень без оглядки на старшие уровни, т.е. следуя эталонной функции. Собственный возраст совпадает с физическим возрастом только для первого уровня. Собственный возраст есть ступенчатая функция времени: либо монотонно растущая, либо константа, причем для каждого уровня с течением времени t растет по-разному, с разным темпом.

2. Проблема оптимизации однородных каскадных стратегий.

Обратимся теперь к критерию эффективности потребления (1). Потребуем от стратегии выполнения *условия непрерывности потребления*, постоянной востребованности ресурса, т.е. условие $I(t) = 1$, для любых t. Будем, как и ранее отмечать моменты начала окна доступа буквой без звездочки, а конец окна доступа буквой со звездочкой. Для этого вспомним, что в окна пассивности эталонной функции $g(t)$ на данном уровне являются окнами доступа для следующего уровня, в которых, в свою очередь, развиваются сдвинутые эталонные функции. Не ограничивая общности, рассмотрим заполнение произвольного окна пассивности на первом уровне. В силу самоподобия этот результат для функции $g(t)$ будет справедлив для любых уровней. Тогда n-ное окно пассивности на первом уровне, соответственно окно доступа для второго уровня может быть заполнено, покрыто без пересечений окнами доступа разных уровней, в том числе и второго.

$$t_n^* - t_n = \sum_{i=1}^{n} m_i t_i \ ,$$

где $t_0^* = 0, t_1 = a_1, t_n^* = t_{n+1} - a_{n+1}$, (8)

m_i – любые целые положительные числа, здесь указано, что эталонная функция $g(t)$ первый раз потребляет ресурс с момента 0 до момента a_1, два окна доступа на втором уровне разделены интервалом потребления a_{n+1}.

Поскольку окна принадлежат разным уровням, то в системе будет как минимум

$$N = \sum_{i=1}^{n} m_i \text{ – уровней.}$$

Перепишем это характеристическое уравнение на эталонную функцию в виде рекуренции:

$$t_{n+1} = t_n + \sum_{i=1}^{n} m_i t_i + a_{n+1}. \qquad (9)$$

Фактически, стратегия, или выбор эталонной функции теперь задается в терминах выбора коэффициентов в сумме, которые так же могут зависеть от *n*. В общем случае это очень сложные интегральные стратегии, описывающие немарковские процессы с глубокой памятью, но мы попробуем наработать интуицию на простых примерах, и убедимся в неожиданно контринтуитивном поведении системы, иллюстрирующем управленческий казус — «хотели как лучше, а получилось как всегда».

Рассмотрим частные случаи. Далее для простоты полагаем, что все окна потребления в эталонной функции одинаковы и равны первому окну потребления a_1.

2.1. Коэффициенты в сумме (9) не зависят от номера окна *n*, т.е. когда все окна заполняются подобным образом.

Стратегия «Забота о самых маленьких». Пусть для простоты все коэффициенты в сумме равны 0, кроме i=1.

Решением уравнения (9) оказывается обычная арифметическая прогрессия.

$$t_{n+1} = t_n + a(m_1 + 1),$$

эталонная функция $g(t)$ периодическая — гребенка, при этом в системе задействовано ровно m_1 уровней, которые находятся в циклической очереди-карусели, потребление длительностью a и пауза $a(m_1)$ у всех уровней одинаковы. В итоге уравниловка, все стали «маленькими».

Не трудно показать, что и для случая, когда в сумме отличны от нуля фиксированное число первых слагаемых, то эталонная функция так же выходит на режим арифметической прогрессии с конечным числом уровней в пирамиде. В этих примерах нет точной автомодельности, хотя в первом есть периодичность, число уровней конечно и собственный возраст уровней не увеличивается, за исключением первого.

Стратегия «Всем понемногу»: все уровни участвуют в сумме в равной мере с единичным весом.

$$t_{n+1} = t_n + \sum_{i=1}^{n} t_i + a \qquad (10)$$

Решение задачи приводится к следующей рекуренции:

$$t_{n+1} = 3t_n - t_{n-1},$$

что получается простым вычитанием уравнения (10) из его следующей итерации. На этом примере видно, что $g(t)$ быстро растущая эталонная функция, выполняется точное условие автомодельности, но никакого равенства ни по потокам ресурсов, ни по собственным возрастам не возникает, мотив сеет иллюзии. Нетрудно видеть, что асимптотически отношение последующих моментов открытия окон доступа имеет две ветви решений $t_{n+1} / t_n = (1 \pm \Phi^{\pm 1})$, где Ф=1,618... золотое сечение.

Общая рекуренция в случае незвисимости от n.

Приведем более обозримый результат для формулы (9), который, как и выше, получается вычитанием этого уравнения из его следующей итерации, при этом мы по-прежнему будем считать, что коэффициенты в сумме не зависят от номера окна:

$$t_{n+1} = (2 + m_n)t_n - t_{n-1} + a_{n+1} - a_n \qquad (11)$$

Таким образом, эффективная память системы оказалась лишь в два шага, хотя изначально могло показаться, что она имеет все n – шагов. Тем не менее, и этот результат выводит нас за рамки марковских временных процессов.

2.2 Коэффициенты в сумме (9) могут зависеть от номера окна n.

В этой ситуации можно, например, обнулять или изменять коэффициенты, которые были получены при заполнении предыдущих окон. Рассмотрим несколько важных случаев.

Стратегия «след в след, отставание на к-шагов».

Это стратегия, в которой n – е окно доступа точно покрывается периодом развития эталонной функции до n-k-го окна. Тогда в сумме формулы (9) все члены равны 0, кроме одного: m_{n-k} = 1. Итак, рекуренция принимает вид:

$$t_{n+1} = t_n + t_{n-k} + a \qquad (12)$$

Асимптотически, при больших n, это уравнение переходит в уравнение обобщенных рядов Фибоначчи $t_{n+1} = t_n + t_{n-k}$, [10], которые при κ=1 описывают классические ряды Фибоначчи и Люка, на которых мы здесь не будем акцентировать внимание. При граничном значении κ=0 мы приходим к особо важному для нас случаю так называемой ритмокаскадной стратегии.

3. Ритмокаскадная стратегия или стратегия «возлюби ближнего».

Ближний это ближайший снизу, т.е. ближайший подчиненный уровень, заботиться о вышележащих старших уровнях бессмысленно, они нам не подвластны. Это означает, что стратегия требует в каждом окне максимально возможной реализации потребления ближнего, т.е. ему предоставляется максимальное окно потребления, после чего, старший уровень сразу закрывает окно доступа, чтобы его не использовали более низкие уровни. Подчеркнем еще раз, локально забота проявляется только о ближнем! С другой стороны, это и есть стратегия след в след при минимальном отставании, т.е. при значении κ=0.

Эту стратегию реализует только один выбор в (9) — единственный отличный от нуля коэффициент с максимальным номером m_n = 1. Окончательно получаем простейшее уравнение

$$t_{n+1} = 2t_n + a\,, \tag{12}$$

его решения имеют вид

$$t_n = (2^n - 1)a\,, \quad t_n^* = (2^{n+1} - 2)a\,, \tag{13}$$

$$\left(t_1 = a, t_2 = 3a, t_3 = 7a, t_4 = 15, t_5 = 31, t_6 = 63, t_7 = 127 \,....\right),$$

и полностью определяют эталонную функцию:

$$g(t) = \sum_{n=0} \theta(t - t_n^*)\theta(t_n - t) \tag{14}$$

Легко видеть, что расстояние между двумя последовательными началами окон доступа удваивается при сдвиге по n на единицу, а последующее окно доступа вмещает всю предыдущую функцию, т.е. нижележащий уровень в следующем окне может реализовать все, что реализовал старший уровень в предыдущем. При этом, быстрорастущий собственный возраст соседних уровней даже сравнивается в моменты завершения окон.

Введем теперь новую переменную $t_n^* = t_n + a$, тогда уравнение (12) переходит в уравнение (**) вида $t_{n+1}^* = 2t_n^*$, таким образом, реализуется октавный закон масимальной скорости развития иерархической системы. Далее дискретный закон развития (**) или (12), (13) на одном уровне будем называть **ритмокаскадным,** он может оборваться — конечный ритмокаскад, или быть бесконечным. Далее геометрическую прогрессию со знаменателем двойка, или ее сдвинутую модификацию (13) на временной оси будем называть **ритмокаскадом**. Построенный здесь ритмокаскад правильно было бы называть **октавный ритмокаскад,** он действительно самый быстрый, но стратегия «след в след», рассмотренная ранее так же дает экстремальные, но более медленные, обобщенные **фибоначиевы ритмокаскады**, которые мы не рассматриваем здесь, и далее термин **ритмокаскад** означает именно октавный ритмокаскад.

Этот же закон (12), (13), (14) максимальной скорости протекания ресурса на нижележащий уровень был получен автором десять лет назад из совершенно других соображений в эволюционных задачах динамики развития сложных нелинейных систем. Подчеркнем только, что дерево ритмокаскадов, построенное ниже, и является полной пирамидой потребления, с той разницей, что на нем указаны лишь начальные точки окон доступа.

Метод ритмокаскадов

Далее используется подход моделирования эволюционирующих систем, созданный автором в 1996 году, и названный в работах [2-4] ***методом ритмокаскадов***. Метод с успехом применялся к описанию сложных развивающихся систем, как живой, так и неживой природы. В его основе лежит идея синтеза двух повсеместно распространенных категорий времени: времени-ритма и времени-возраста. Первый образ времени дают циклические модели, а в качестве второго, апериодического образа времени мною взят, так же широко распространенный, сценарий перехода (выхода) системы к (из) динамическому хаосу — сценарий Фейгенбаума. Напомним, что сценарий Фейгенбаума это каскад последовательных удвоений периода (частоты) системы. Синтез осуществляется на самом быстром варианте сценария Фейгенбаума, названного *ритмокаскадом*, когда сценарий становится масштабно инвариантным не только в пространстве параметров, но и на временной шкале. Учет иерархических отношений в системе приводит к построению *дерева ритмокаскадов*.

Теперь о методе в деталях. Речь пойдет о системах, формирующихся под действием некоторого фиксированного базового ритма-водителя с периодом T_0, далее полагаем время дискретным и система развивается на периодической решетке. В исторических системах естественным периодом является год.

Основные постулаты метода ритмокаскадов.

1. «Принцип максимума темпа роста ритмокаскадов» — сразу по завершении очередного периода происходит бифуркация его удвоения (увеличения или уменьшения вдвое), так последовательно образуется временной (прямой или обратный) ритмокаскад. То есть прямой или обратный каскад Фейгенбаума, в котором точки бифуркации синхронизованы с концами периодов, т.е. самый быстрый каскад Фейгенбаума. В общем случае прямой ритмокаскад, стартующий в момент T_{St}, выглядит так:

$$\{[T_{St}], T_{St}+T_0, T_{St}+3T_0, T_{St}+7T_0, ..., T_{St}+(2^n-1)T_0, ...\} \quad (*)$$

Здесь приведены последовательные моменты бифуркаций удвоения периода, причем момент старта к ним не принадлежит, поэтому взят нами в квадратные скобки. Как видим, время между соседними точками бифуркации последовательно удваивается. Это действительно самый быстрый каскад Фейгенбаума, при котором еще имеет смысл говорить об октавном принципе (изменение периода вдвое). Обычно же предполагают адиабатическую зависимость внешних параметров от времени, когда между ближайшими точками бифуркации совершается много колебаний с одним периодом.

Отметим также возможность иной, **информационно-структурной интерпретации принципа**. Множество всех подмножеств любой системы из N элементов содержит 2^N подмножеств. Тогда, **постулируя постоянство скорости обработки информации в системе (одно подмножество в единицу времени),** получаем принцип максимального роста **как закон удвоения периода обработки информации при увеличении объема системы на 1 элемент.** Последовательное добавление элементов и ассоциируется с чередой структурных перестроек, как скачков информационного объема обработки при расширении системы.

2. «Принцип иерархической синхронизации ритмокаскадов» — в момент бифуркации в некотором ритмокаскаде все параллельно развивающиеся в системе младшие ритмокаскады (т.е. имеющие в данный момент меньший период) обрываются и стартуют – синхронизируются вновь от точки бифуркации по старшинству. Таким образом, младшие ритмокаскады «живут» и свободно развиваются в промежутках между моментами бифуркаций старших, «рождаясь» и «умирая» в эти моменты.

Поясним это подробнее. Рассмотрим бесконечный ритмокаскад, стартующий в момент времени $T_{St} = 0$, и для простоты положим $T_0 = 1$. Согласно формуле (*) он принимает вид: {[0], 1, 3, 7, 15, 31, ...}, и, поскольку, ряд нигде не обрывается, то это самый старший ритмокаскад, образующий первый уровень системы. Тогда, в следующем поколении по старшинству, т.е. на втором уровне системы в промежутках (окнах доступа) между точками бифуркаций первого уровня развиваются младшие, конечные ритмокаскады: {[1], 2}; {[3], 4, 6}; {[7], 8, 10, 14,}; {[15], 16, 18, 22, 30}; .... Этот процесс продолжается в следующем поколении, т.е. на третьем уровне в точках решетки, не задействованных первым и вторым уровнем, строятся свои конечные ритмокаскады: {[4], 5}; {[8], 9}; {[10], 11, 13,}; {[16], 17}; {[18], 19, 21}; {[22], 23, 25, 29}. Фактически ритмокаскады n+1 уровня строятся внутри окон доступа ритмокаскадов n-го уровня. Дальнейшее итерационные построения проводятся по индукции и приведены ниже на рисунке 1.

```
1.__0__1__3___7______15______________31______________________________63_______
2.      \/\  /\ 10   /\     22       /\     38      46               /\
3.      2  \/  \/\  /  \/\  /\      /  \/\  /\      /\     53       /  \/\
4.         5   9  \/      \/  \/\  /      \/  \/\  /  \/\  /\      /
5.                12      20     \/       36     \/      \/  \/\  /
6.                               27              43     51      \/
7.                                                              58

1._____63______________________________________________________________127_____.....
2.     /\             78              94                               /\
3.       \/\  /\      /\              /\             109              /  \/\
4.          \/  \/\  /  \/\  /\      /  \/\  /\      /\              /      \/
5.                 \/      \/  \/\  /      \/  \/\  /  \/\  /\      /
6.                 75             \/              \/      \/  \/\  /
7.                                90              106            \/
8.                                                              121

..................................................................................
    Кризис старшего порядка включает в себя несколько младших кризисов
1._____________________________________ 511_________________________________________
2.                                      /\            526             542
3.                                     /  \/\  /\      /\              /\
4.   476                              /      \/  \/\  /  \/\  /\      /
5.…..…/\………..………....491…..….…...….......…/……..………..……...\/.….…….\/….\/\../ средний уровень
6.     \/\  /\      /\              /|              523           |\/
7.    |   \/  \/\  /| \/\  /\      / |              | область     | 538
8.    |          \/ |    \/  \/\  /  |              | ускорения   |
9.    |         488 |           \/   |              | ритма
10.   |             |          503   |             выход
      |  область    |    полуволна   |            кризис главного порядка- нулевого
       Замедления   |      кризиса      503—511 — быстрая фаза кризиса с амплитуда- A = 8
         ритма             середина     491 — 523 —  вход  и выход  из кризисной фазы
         вход                         475 — 537 — вход и выход пред- и посткризисных фаз.
```

Рис. 1

3. «Принцип фрактальности — масштабной полноты ритмокаскадов» — в системе одновременно существуют все ритмокаскады, непротиворечащие постулатам 2 и 3. Тогда дерево ритмокаскадов или совокупность ритмокаскадов всех уровней является фракталом, реализующим нелинейную природу времени самоорганизации. В реально проявленной системе реализуются далеко не все ритмокаскады, т.к. могут существовать дополнительные принципы запрета и ограничения — пространстенно-временное окно существования системы, материальные условия, случайные внешние факторы, и т.д. В таком, наиболее жестком варианте, выполнение этих принципов тем точнее, чем выше организация системы, чем больше число ее иерархических уровней и совершеннее механизмы памяти и наследования. Поэтому в первую очередь речь идет о живых ситемах и организмах, а так же больших суперорганизмах, ценозах социума, биосферы и космоса.

Свойства дерева ритмокаскадов

Задать фрактал аналитически, как привило очень сложно, если не невозможно, его проще вырастить, фрактал это процесс. Приведем явный вид дерева ритмокаскадов до девяти бифуркаций в первом поколении, частично его три уровня уже были построены выше. Представленная на рисунке 1 структура возникающего временного ряда имеет самоподобный фрактальный характер. Здесь по горизонтали отложено время в единицах основного периода ритма-водителя, а по вертикали даны номера структурных иерархических уровней системы, последовательно прорабатываемые ритмокаскадами с тем же номером поколения.

Дробный ритм. Легко заметить, что ни на одном уровне не существует сколь угодно долгого периодического процесса, всегда он рано или поздно обрывается, а затем возрождается вновь, хотя на первом уровне не существует ни одного периода! Например, на втором уровне период 2 непрерывно повторяется не более 4 раз, период 4 не более 5 раз, а на 3 уровне не более 12 раз ..., после чего ритм исчезает на некоторое время. Именно такое фрактальное поведение с перебоями ритма ближе к биоритмам живых систем, а вовсе не бесконечные синусоиды циклистики.

Две стрелы времени. Обратим так же внимание, что если на некотором участке уровень касается ритмокаскадной кривой сверху, то на нем происходит ускорение ритма по закону удвоения, если же снизу, то замедление ритма по тому же закону. **То есть в системе почти всегда сосуществуют уровни с противоположно направленными стрелами времени, что можно интерпретировать, как одновременное присутствие эволюции для одних уровней и инволюции для других. Стрела времени может менять свое направление на каждом уровне, за исключением первого, где период только замедляется**. Напомним, что согласно сценарию Фейгенбаума при ускорении ритма система выходит их динамического хаоса, а при замедлении приближается к нему. Например, в зрелом возрасте физические уровни человека деградируют, а духовные развиваются.

Конечность роста. Но реальная система имеет конечное число иерархических уровней, именно поэтому дерево ритмокаскадов не может расти бесконечно долго. Система завершает свое развитие, вычерпав структурный потенциал — это и есть ее предельно возможное время жизни. По завершении полного цикла жизни, он видимо может повторяться многократно по законам объемлющей системы, например линейный ритм с периодом равным времени жизни системы. Поэтому время жизни системы может быть периодом ритма водителя для большей системы и т.д.

Кризисы – трансформации. Следующим специфическим свойством дерева ритмокоскадов является наличие зон трансформаций-кризисов, или структурных резонансов — резких структурных перестроек системы начиная от низших, к высшим уровням. Максимальные трансформации предшествуют точкам последовательного удвоения основного периода на первом, самом старшем уровне. Самой бурной, быстрой фазе кризиса предшествует «полуволна» вхождения в кризис и симметричная «полуволна» выхода из кризиса относительно среднего уровня между минимальным и максмальным уровнями, само вхождение предваряется эффектом замедления (в геометрической прогрессии со знаменателем-2) колебаний касающихся среднего уровня. Предкризисное замедление характерных ритмов перед точкой бифуркации отвечает хорошо известной теореме в теории катастроф Рене Тома. На рисунке это показано на примере кризиса 503-511. Мы видим, что кризисы устроены самоподобно фрактальным образом, и все области кризиса старшего порядка, исключая зону быстрого роста, образованы перекрывающимися кризисами младших порядков. Подробный анализ закономерностей распределения кризисов дерева ритмокаскадов приведены в [4, 7].

Фрактальность. Фрактальность нашего временного ряда объясняется функциональным самоподобием итераций его построения. Поясним, что имеется ввиду. Как мы видели окна доступа любого уровня заполняются подобным образом. *Самоподобие* означает, что во всех окнах доступа, вне зависимости от уровня, за равные промежутки времени выстраиваются изоморфные фрагменты ритмокаскадных деревьев. В таком случае, при наличии бесконечного числа иерархических уровней, мы получаем, точнее «выращиваем» за бесконечное время самоподобный, фрактальный объект — полное дерево ритмокаскадов. Это означает, что в окне доступа величины T для любого уровня, этот и нижележащие уровни воспроизводят программу развития всей системы за время T, которая уже состоялась и развивалась раньше на старших уровнях от момента старта системы t = 0. Система, как бы вспоминает «молодость» с момента рождения.

Кроме того, кривая дерева ритмокаскадов между двумя бифуркациями на первом уровне получается опусканием на один уровень кривой всего предшествующего первой бифуркации дерева ритмокаскадов, выросшего от момента его старта. Формализуем это утверждение. Введем функцию-изображение части дерева ритмокаскадов $F_n(x)$, заданную на решетке $x = (0, 1, 2, 3, ...)$, и принимающую значения 0, 1, 2, 3, ... Здесь x — отвечает дискретным значениям временной оси, а значения $F_n(x)$ отвечают номерам уровней системы, причем функция совпадает с графиком ритмокаскадного дерева вплоть до точки $x = (2^n - 1)$, т.е. до n-й точки бифуркации на старшем уровне. При значениях $x > (2^n - 1)$ функция $F_n(x) = 0$. Тогда итерационный закон фрактального роста имеет вид:

$$F_{n+1}(x) = F_n(x) + F_n(x + (2^n - 1)) - \theta(x - 2^{n+1} + 2) + \delta_{x,2^{n+1}-1}, \; (**)$$

и мы получаем функцию-изображение от старта дерева ритмокаскадов до следующей n+1-й точки бифуркации на старшем уровне. Спектральный анализ таких фрактальных рядов дает степенной закон убывания с частотой, типа фликкер шума, что очень часто наблюдается в сложных системах.

Распределение бифуркаций по уровням. Легко так же посчитать количество бифуркаций на каждом уровне за период от старта дерева ритмокаскадов до *n*-й точки бифуркации на первом уровне. Для к-го уровня она оказывается равной C_n^k. Действительно, для малых значений n проверка идет непосредственно по рисунку 1, а шаг индукции фактически содержится в формуле (**), при опускании графика на один уровень получаем хорошо известное тождество $C_{n+1}^k = C_n^{k-1} + C_n^k$. Обратите внимание, число бифуркаций биномиально распределена по уровням и максимально, не на первом, старшем уровне, а на уровнях вблизи значений k = n/2. Т.е. по мере роста дерева ритмокаскадов, происходит увеличение числа уровней и наибольшая активность (число бифуркаций) так же переносится на более высокие уровни, сдвигаясь вместе с центральным уровнем.

Поскольку любой дискретный момент времени Т отвечает некоторой точке бифуркации в ритмокаскаде, тогда можно определить на каком уровне произошла эта бифуркация. Для этого следует произвести разложение промежутка времени (0, *T*) по последовательности ритмокаскадов следующим образом: если *T* есть одна из точек первого уровня, то $T = 2^{n_1} - 1$, в противном случае значение *T* превосходит эту ближайшую точку бифуркации на первом уровне на величину не более $2^{n_1} - 1$, и теперь она может располагаться только на втором или более низких уровнях. Если теперь точка принадлежит ритмокаскаду второго уровня, стартовавшего от ближайшей к Т точки ритмокаскада первого уровня, тогда $T = (2^{n_1} - 1) + (2^{n_2} - 1)$, $n_1 \geqslant n_2$, в противном случае она принадлежит третьему или более низкому уровню. Выбирая максимально возможное n_2, повторяем процесс разложения на третьем уровне и т.д. Приведем окончательную общую формулу для разложения произвольного момента времени по ритмокаскадам разных уровней. Здесь аргументы — есть номера соответствующих бифуркаций в различных поколениях ритмокаскадов (на различных иерархических уровнях), а сама левая часть задает моменты бифуркаций при данной конфигурации бифуркаций на разных уровнях.

$$T(n_1,...,n_m) = T_0 \sum_{\substack{n_k = n_1,...,n_m \\ n_1 > n_2 \geqslant n_m}} (2^{n_k} - 1) \qquad (***)$$

причем существенно правило упорядоченности аргументов согласно правой части. Смысл этого разложения в том, что интервал (0, *T*) покрывается без наложений монотонно убывающими отрезками-фрагментами ритмокаскадов, по одному с каждого уровня. Тем самым определяется уровень m, на котором в момент T произошла бифуркация. Это аналог двоичного разложения натурального числа, только здесь допускается неточное неравенство на последнем уровне m. Теперь несложно вычислить и количество бифуркаций на уровне m к моменту T.

$$N(m,T)=\sum_{n_k=n_1,\dots,n_m} C_{n_k}^{m} \qquad (****)$$

Общие рекомендации. Суть метода ритмокаскадов при анализе временных рядов сложных систем сводится к апроксимации экспериментальной временной зависимости деревом ритмокаскадов (одним или суммой нескольких), причем свободными параметрами являются лишь период ритма водителя, и момент старта дерева ритмокаскадов. Приложения метода ритмокаскадов к задачам моделирования временной динамики процессов турбулентности, ближнего космоса, эмбриогенеза животных, социальной истории и рождения гармонии можно найти в работах [4-9]. В частности, в работах [4, 7, 33] также показано, что временная фрактальность процессов является универсальным свойством систем, обладающих структурной иерархией доступа к обобщенному ресурсу. Замечательно то, что максимальная скорость фрактального роста, протекания ресурса на последующие уровни обеспечивается при последовательном удвоении размеров окон пассивности и точечных окнах активности в порождающей функции потребления, которая и реализуется в методе ритмокаскадов. Закон роста дерева ритмокаскадов реализует максимальную скорость эволюции системы, что, по-видимому, оптимально для многих природных и социальных развивающихся систем, такие законы роста могли эволюционно закрепляться в конкурентной борьбе за выживание, и, вероятно потому, эволюционно предпочтителен, отобран природой.

Цветные ритмокаскадные дервья. Обычно бифуркацию в системе связывают с резкой сменой некоторой характеристики или качества системы. В простейшем случае этих качеств может быть несколько, а если в модели важно лишь его наличие или отсутствие, то возникает упрощенное дискретное описание системы. Будем называть качества красками, а их совокупность — палитрой. Тогда по мере развития система окрашивается в разные цвета без их смешивания. Введем теперь полезное для дальнейшего понятие **цветного дерева ритмокаскадов,** которое нагружает уровни дерева внутренними динамическими степеными свободы. Определим это так: по мере развития каждого уровня ритмокаскадного дерева его качественные состояния изображаются цветом промежутка между двумя последовательными бифуркациями на этом уровне, для каждого уровня палитра может быть своя, так же как и закон смены красок в точках бифуркации. Предположим теперь, что дана **универсальная палитра** из N красок и простейший **циклический закон чередования** красок в последовательных точках бифуркаций на каждом уровне, тогда говорят, что задано цветное ритмокаскадное дерево с универсальной циклической N-палитрой. Далее мы будем использовать простейшую двухцветную палитру. Это означает, что уровни иметь лишь два качества, например, черный или белый, активный или пассивный и т.д., так, как бинарная система широко распространена в гуманитарной сфере. Эту систему описания можно применять для оценки потенциалов уровней в текущий момент времени, приписав каждой краске свое значение потенциала. Например, в бинарной системе естественно говорить о системе 1-белый, активное состояние и 0-черный, пассивное состояние уровня. При этом кризисы-трансформации воспринимаются нами как периоды времени, в которых максимальное число уровней меняют цвет-качество за минимальное время.

Исторические экспликации. Базовые социально-исторические архетипы развиваются во времени относительно автономно друг от друга, причем развитие каждого социально-исторического архетипа можно описать в кодах растущего дерева ритмокаскадов (8,9). Подчеркнем, что дерево ритмокаскадов — это матрица структурно-функциональных состояний системы, в данном случае социальной, которая растет, заполняется и изменяется со временем, с годичным шагом, по специфическому закону, увеличивая свою сложность и количество структурных уровней по самоподобному фрактальному принципу.

Экспертный анализ (4,9), проведенный на системах разной природы показывает, что строки ритмокаскадной матрицы отвечают следующим функциональным уровням системы, по старшинству, то есть по очередности возникновения: 1 – субстанциальный; 2 – энергетический; 3 – реактивно-эмоциональный; 4 – рефлекторно-логический; 5 – информационно-интуитивный; 6 – когерентный; 7 – волевой. Уровни с 8 по 14 повторяют назначения 1 – 7 уровней, но на следующем метауровне системы и т.д. Столбцы ритмокаскадной матрицы отвечают дискретным, качественным оценкам состояний уровней, например, активность или пассивность.

Моменты активации-запуска дерева ритмокаскадов, отвечающих конкретным социально-историческим архетипам в далеком прошлом, в частности, задают кризисные ландшафты и очередность трансформаций состояний социума в эпохах перемен. Момент активации связан с мощным всплеском социального поля, например, с войной или пассионарным толчком в смысле Гумилева, но не только. Это может быть любой яркий взлет когерентности состояния умов и желаний многих тысяч людей.

Важно отметить, что фрактальная природа ритмокаскада позволяет нам писать историю не с «чистого листа». Это, обычно, требуется в физических моделях. Мы полагаем, что исторический момент активации архетипа есть его манифестация в одной из наиболее мощных зон трансформации (за минимальное время трансформируются максимальное число уровней), которых может быть неопределенно много как в далеком прошлом, так и в будущем. Сам же момент перворождения ритмокаскада, скорее всего, восходит к архаическим эпохам, и его распознать, крайне трудно. Таким образом, могут существовать ритмокаскады более древние, чем государства, этносы и цивилизации, они уходят корнями в доисторическое прошлое человечества.

Как мы видели, специфическим свойством дерева ритмокаскадов является наличие зон трансформаций-кризисов, или структурных резонансов — резких структурных перестроек системы, очередей перестроек начиная с более молодых «духовно-идеологических» уровней, к более ранним, старшим эмоционально-энергетическим, субстанциальным уровням. Максимальные трансформации предшествуют моментам последовательного удвоения базового периода на старшем, первом уровне. Этой бурной, быстрой фазе предшествует «полуволна» вхождения в кризис и симметричная «полуволна» выхода из кризиса относительно среднего уровня, предваряемая предкризисным замедлением характерных ритмов в духе теории катастроф.

Потенциальная история конкретного государства на предлагаемом языке представляется совокупностью социокультурны х ритмокаскадов разного возраста, точнее архетипическим ритмокаскадным ценозом, задающим возможные предпочтения, стили и доминанты развития в каждый период времени. Реальная, событийная история может проявить эти потенциалы, и чем они выше, тем больше вероятность их проявления-реализации. Подчеркнем, что истории разных государств конечно зависят, как от возрастной структуры архетипического ценоза, так и от национальных типов взаимодействия и весов архетипов, а так же внешних вмешательств в систему архетипов.

Список литературы:

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Ю. Введение в теорию массового обслуживания. М., 2005

2. Буданов В.Г. Синергетика ритмокаскадов в эволюционирующих системах. // Труды юбилейной сессии РАЕН — «Леонардо Да Винчи XX века. К 100 – летию А.Л.Чижевского», 27-28 февраля 1997. М., 1997.

3. Буданов В.Г. Временная фрактальность в задачах с приоритетами. Ритмокаскады иерархических систем. // Проблемы теоретической биофизики. Международная школа МГУ. 1998.

4. Буданов В.Г. Метод ритмокаскадов: о фрактальной природе времени эволюционирующих систем. Синергетика. Труды семинара. М. 1999. Т.2. С. 36-54.

5. Шатров А.В. Ритмокаскады процесса развития пограничного слоя на вращающейся пластине. //IV международная конференция Нелинейный мир. М. 1999.

6. Буданов В.Г. Синергетическая алгебра гармонии. // Синергетическая парадигма. М. 2000.

7. Буданов В.Г. Ритмокаскады и их роль в космоземных связях. // Стратегия жизни в условиях планетарного экологического кризиса. СПб. 2002. Т.1 С. 207-218

8. Буданов В.Г. Ритмокаскады в истории.// Труды Международной конференции «Математическое моделирование социальной и экономической динамики» М. 2004. С. 71-74

9. Буданов В.Г. Ритмокаскады истории: Россия и будущее цивилизации.// Новые методы в социальных науках. М, ИФ РАН, 2006. С. 308-322

10. Стахов А.П., Розин Б.Н. Теория формул Бине для Р-рядов Фибоначчи и Люка. //Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы. М.,2005№1(21). С. 67-82

11. И.Ш. Шевелев, М.А. Марутаев, И.П. Шмелев. Золотое сечение. Три взгляда на природу гармонии. Москва. 1990. 342 с.

12. Бутусов К.П Золотое сечение в Солнечной системе. // АН СССР. Астрометрия и небесная механика. Серия: Проблемы исследования Вселенной., М.-Л. 1978. Вып.7. С. 475-500.

13. Чечельницкий А.М. Волновая структура Солнечной системы и ритмы биосферы. // Современные проблемы сохранения и изучения биосферы. Свойства биосферы и ее внешние связи. СПб., 1992. Т.1

14. Васильева Н.И. Моделирование природных периодических процессов с помощью системы гармонических волн.// Материалы IY Международной конференции «Циклы природы и общества». Ставрополь, 1996 . С.36-59.

15. Аршинов В.И., Буданов В.Г.. Синергетика—эволюционный аспект. // Самоорганизация и наука: опыт философского осмысления. М, 1994.

16. Хакен Г. Синергетика. Динамика иерархических структур

17. Шарковский А.Н. Украин. Мат. Журн. 1964. Т.16. С.61.

18. Объекты биологии развития. Москва. Наука.1989. С. 580.

19. Чиркова Э.Н., Суслов Л.С., Клюева З.П., Нечитайло О.А., Захаренко А.В. Согласование внутригодовых ритмов изменений концентрации гемогло-

бина крови человека с космическими ритмами. // Современные проблемы изучения и сохранения биосферы. II. Живые системы под внешним воздействием. РАН. СПб. 1992. С. 440.

20. Шустер Э. Детерменированный хаос. Мир. 1987.

21. Федер А. Фракталы. М. 1990.

22. Шатров А.В. Ритмокаскады процесса развития пограничного слоя на вращающейся пластине. //IV международная конференция Нелинейный мир. Языки науки языки искусства. М., 1999.

23. Таланов В.М. Система химических элементов. Принципы ритмокаскадов // «ЦИКЛЫ CYCLES»: Материалы Второй междунар. конф. Ставрополь. 2000. Ч. 1. С.41-44.

24. Аршинов В.И., Буданов В.Г. Синергетика как инструмент формирования новой картины мира. // Человек, наука, цивилизация. К 70-летию академика Степина В.С. М. 2004. С. 428-463

25. Буданов В.Г. Синергетическая методология. //Вопросы философии. 2006. №5. С. 45-61

26. Чернавский Д.С. Синергетика и информация. Динамическая теория информации. // Синергетика от прошлого к будущему. М. 2004

27. Курдюмов С.П., Князева Е.Н. Основания синергетики. СПб. 2002.

28. Степин В.С. Проблемы описания развивающихся систем. Вопросы философии, 2003. № 8

29. Степин В.С. Теоретическое знание. М., 2000

30. Буданов В.Г. Синергетическая алгебра гармонии. // Синергетическая парадигма. М., 2000.

31. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М., 1997

32 Панов А.Д. Завершение планетарного цикла эволюции? *Философские науки*, 2005.№3.С.42-49; 2005.№4. С.31

33. Гринченко С. Н.. Социальная метаэволюция человечества как последовательность шагов формирования механизмов его системной памяти. // *Электоронный журнал «Исследовано в Росиии», zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2001/145.pdf*,. 2001 С.1652-1681.

34. Буданов В.Г. Задачи коллективного потребления с иерархией приоритетов: метод ритмокаскадов. // Научный вестник МГТУ ГА. Серия. Прикладная математика и информатика.,2006. №104. С. 51-60

35. Аршинов В.И. Синергетика как феномен постнеклассической науки. М., 2001

36. Куракин П.В., Малинецкий Г.Г. На пороге «субъективной синергетики» // Синергетика. Тр. семинара. М., 2000. Т. 3. С.242-250.